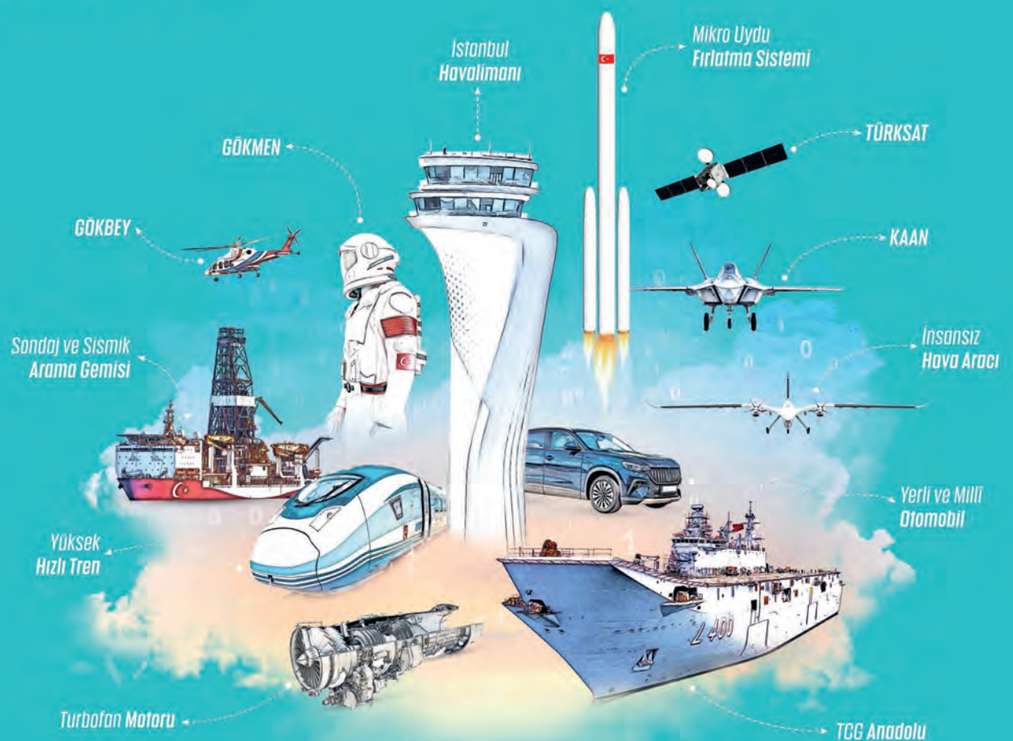
Bu kitaba sığmayan daha neler var!

eba
www.eba.gov.tr

Karekodu okut, bu kitapla ilgili EBA içeriklerine ulaş!

Teknoloji Yolculuğumuz



BU DERS KİTABI MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINCA
ÜCRETSİZ OLARAK VERİLMİŞTİR.
PARA İLE SATILAMAZ.

ISBN: 978-975-11-7103-0

Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmeliğin Beşinci Maddesinin İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşıması Zorunlu Değildir.

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

CİSİMLERİN DAYANIMI 11

DERS MATERYALİ

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

MAKİNE VE TASARIM TEKNOLOJİSİ ALANI

11

DERS MATERYALİ



CİSİMLERİN DAYANIMI

MEB__ 206930-CİSİMLERİN DAYANIMI 11

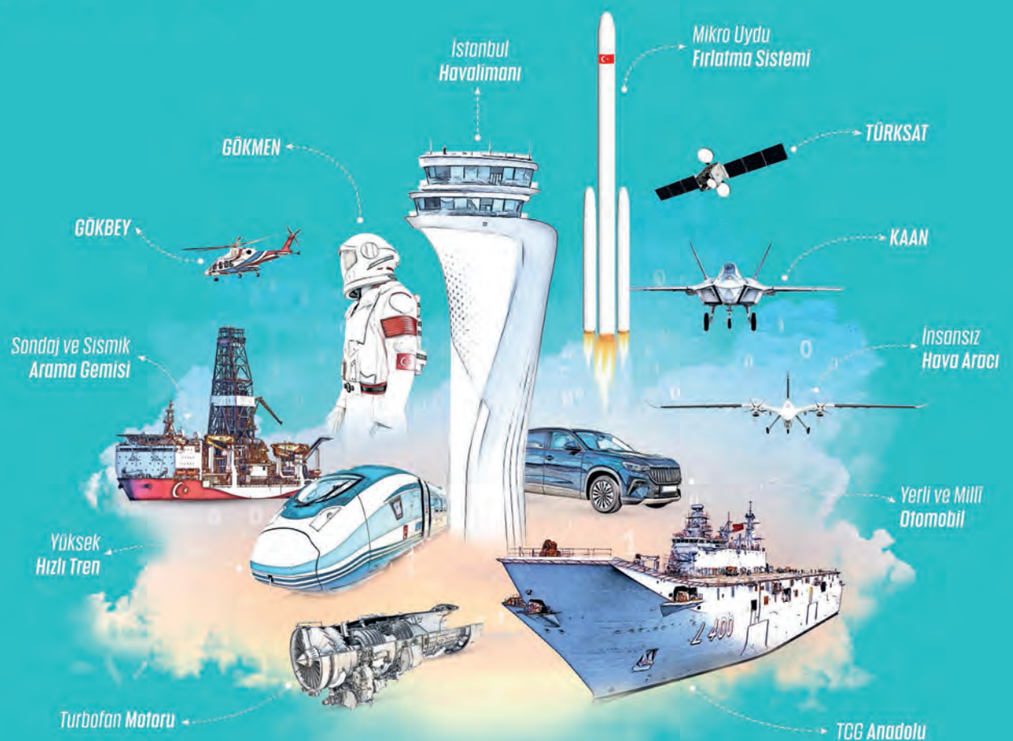
MEB__ 206930-CİSİMLERİN DAYANIMI 11

Bu kitaba sığmayan daha neler var!

eba
www.eba.gov.tr

Karekodu okut, bu kitapla ilgili EBA içeriklerine ulaş!

Teknoloji Yolculuğumuz



BU DERS KİTABI MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINCA
ÜCRETSİZ OLARAK VERİLMİŞTİR.
PARA İLE SATILAMAZ.

ISBN: 978-975-11-7103-0

Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmeliğin Beşinci Maddesinin İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşıması Zorunlu Değildir.

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

CİSİMLERİN DAYANIMI 11

DERS MATERYALİ

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

MAKİNE VE TASARIM TEKNOLOJİSİ ALANI

11

DERS MATERYALİ



CİSİMLERİN DAYANIMI

MEB__ 206930-CİSİMLERİN DAYANIMI 11

MEB__ 206930-CİSİMLERİN DAYANIMI 11

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

MAKİNE VE TASARIM TEKNOLOJİSİ ALANI

CİSİMLERİN DAYANIMI

11

DERS MATERYALİ

YAZARLAR

Ayşe KARADENİZ

Oktay AKBAL

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI 8590
YARDIMCI VE KAYNAK KİTAPLAR DİZİSİ 2482

Her hakkı saklıdır ve Millî Eğitim Bakanlığına aittir.
Ders materyalinin metin, soru şekilleri kısmen de olsa hiçbir surette alınıp yayımlanamaz.

HAZIRLAYANLAR

Dil Uzmanı	Ummühan ULUGÜLER
Program Geliştirme Uzmanı	Murat DAĞ
Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı	Fatma YILMAZ
Görsel Tasarım Uzmanı	Birgül AKBABA

ISBN: 978-975-11-7103-0

Millî Eğitim Bakanlığının 24.12.2020 gün ve 18433886 sayılı oluru ile Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğünce ders materyali olarak hazırlanmıştır.

BASKI
Ayrıntı Basım Yayım ve Mat. Hiz. Sanayi Ticaret A.Ş.
Saray Mahallesi 126. Cadde No: 20
Kahramankazan/Ankara
Sertifika No: 49599



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

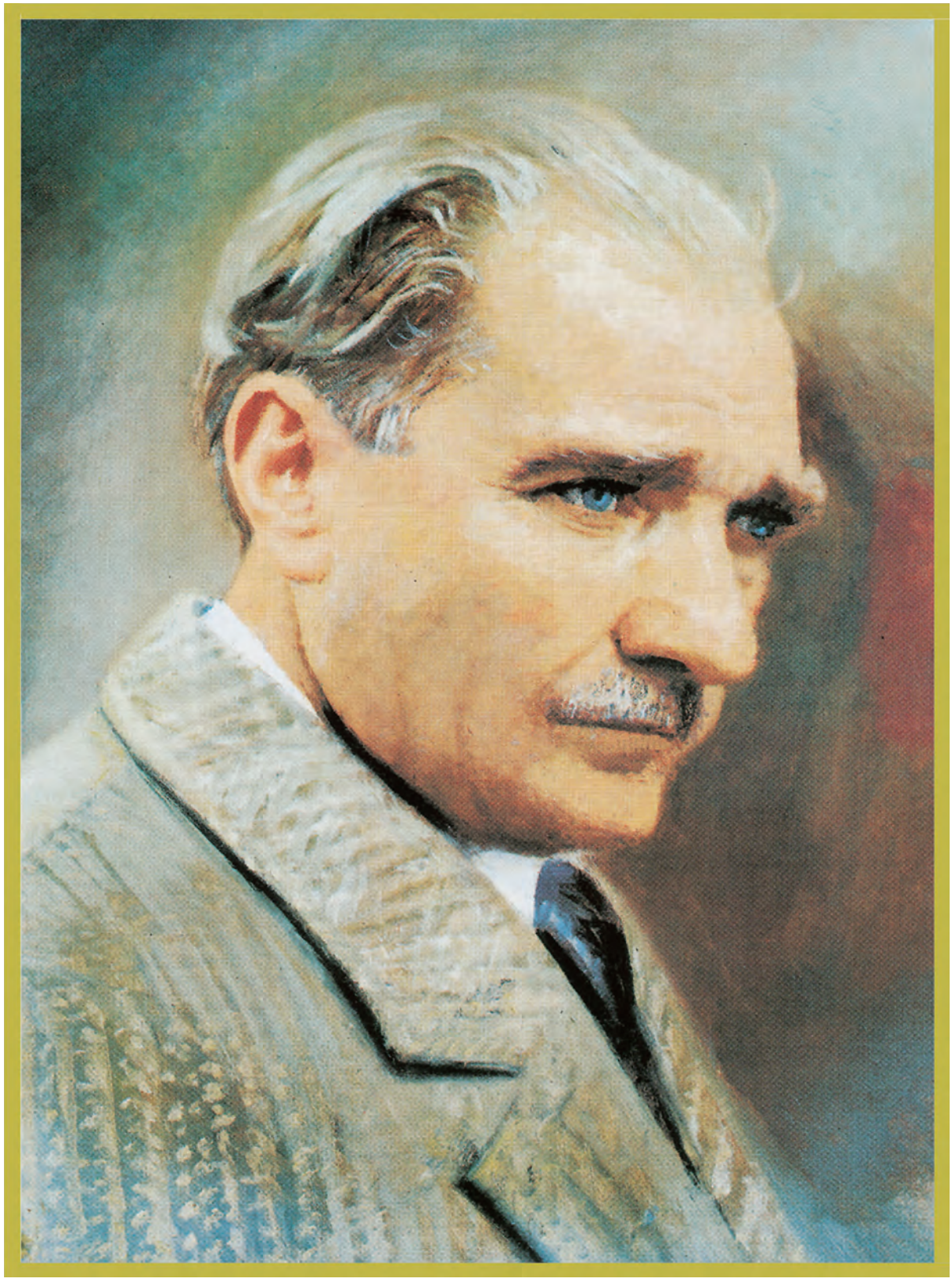
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER



DERS MATERYALİNİN TANITIMI 12

1. KUVVET SİSTEMLERİ 13

1.1. MEKANİĞİN TANIMI 14
1.1.1. Birim Sistemleri 16
1.1.2. Kuvvetle İlgili Genel Kavramlar 17
1.1.3. Kuvvetin Elemanları ve Vektörler 17
1.1.4. Kuvvet Birimleri 18
1.1.5. Kuvvetlerin Sınıflandırılması 18
1.1.5.1. Uzaydaki Kuvvetler 18
1.1.5.2.Düzlemdeki Kuvvetler 18

1.2. KUVVETLERİN BİLEŞKESİ 24
1.2.1. Bileşke Kuvvetin Tanımı 24
1.2.2. Bileşke Kuvvet Bulma Metotları 25
1.2.2.1. Bileşke Kuvvetin Grafik Metot ile Bulunması 25
1.2.2.2. Bileşke Kuvvetin Analitik Metotla Bulunması 33

1.3. KUVVETLERİN AYRIŞTIRILMIŞ BİLEŞENLERİ 44
1.3.1. Kuvvetlerin Ayrışması 44
1.3.2. Kuvvetlerin Ayrıştırılma Hesapları 44
1.3.2.1. Sinüs Teoremi 50
1.3.3. Maddesel Noktanın Dengesi 52

1.4. MOMENT VE MESNET HESAPLARI 60
1.4.1. Momentin Tanımı 60
1.4.2. Noktaya Göre Moment Alma 62
1.4.3. Kuvvet Çifti 65
1.4.4. Mesnetler ve Mesnet Tepkileri 72

1.5. CİSİMLERİN VE YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZLERİ 86
1.5.1. Ağırlık Merkezi 86
1.5.2. Ağırlık Merkezinin Bulunması İçin Uygulanan Metotlar 87
1.5.3. Bazı Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezlerinin ve Alanlarının Bulunması 89
1.5.3.1. Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezi 90
1.5.3.2. İçi Boş Yüzeylerin Ağırlık Merkezi 91
1.5.3.3. Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi 92
1.5.3.4. Üst Üste Katlanmış Yüzeylerin Ağırlık Merkezi 94



2. DAYANIM BİLGİSİ 99

2.1. CİSİMLERİN DAYANIMI 100
2.1.1. Dış Kuvvetler 100
2.1.2. İç Kuvvetler 101
2.1.3. Statik Yükler 101
2.1.4. Periyodik Yükler 101
2.1.5. Alternatif Yükler 101
2.1.6. Olağanüstü Yük ve Zorlamalar 101
2.1.7. Sıcaklığın Etkisi ile Oluşan Yükler 101
2.1.8. Gerilim 104
2.1.8.1. Maksimum Gerilim 105
2.1.8.2. Emniyet Katsayısı 105
2.1.8.3. Emniyetli Gerilim 106

2.2. BASILMA DAYANIMI 108
2.2.1. Basılmaya Zorlanan Elemanlar 109

2.3. ÇEKİLME DAYANIMI 115
2.3.1. Çekme Deneyi 116
2.3.2. Hooke Kanunu 117
2.3.3. Çekilmeye Zorlanan Elemanlar 124
2.3.3.1. Halatlar 124
2.3.3.2. Zincirler 128
2.3.3.3. Cıvatalar 130
2.3.3.4. Borular 133

2.4. KESİLME DAYANIMI 135
2.4.1. Kesilmeye Zorlanan Elemanlar 136
2.4.1.1. Cıvataların Kesilmesi 136
2.4.1.2. Perçinlerin Kesilmesi 138
2.4.1.3. Kamaların Kesilmesi 145
2.4.1.4. Pimlerin Kesilmesi 149
2.4.1.5. Sacların Kesilmesi 153

2.5. EĞİLME DAYANIMI 156
2.5.1. Kirişlerde Eğilme Dayanımı 157
2.5.2. Kirişlerde Yükleme Çeşitleri 157
2.5.3. Kirişlerde Kesme Kuvveti ve Moment Diyagramının Çizimi .159
Sınıf İçi Etkinlik 170
2.5.4. Atalet Momenti 171
2.5.5. Dayanım Momenti 171
2.5.6. Steiner Teoremi 176
2.5.7. Birleşik Çizimlerin Atalet Momenti 177
2.5.8. Eğilmeye Çalışan Elemanlar 182
2.5.8.1. Muylu 182
2.5.8.2. Dişli Çarklar 185

2.6. BURULMA DAYANIMI 189
2.6.1. Burulma Momenti 189
2.6.2. Polar Atalet Momenti 191
2.6.3. Burulma Açısı 194

2.7. BURKULMA DAYANIMI 197
2.7.1. Narinlik Derecesi 198
2.7.2. Burkulma Bölgeleri 200
2.7.3. Euler Metodu 201
2.7.4. Tetmajer Metodu 202
2.7.5. Omega Metodu 203

2.8. BİRLEŞİK DAYANIM 209
2.8.1. Çekilme, Basılma ve Eğilme Birleşik Dayanımı 210
2.8.2. Eğilme ve Burulma Birleşik Dayanımı 216
2.8.2.1. Mohr Dairesinin Çizimi 217

KAYNAKÇA 221
TRİGONOMETRİK CETVEL 222
SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI 223

DERS MATERYALİNİN TANITIMI



Öğrenme biriminin kapağını gösterir.

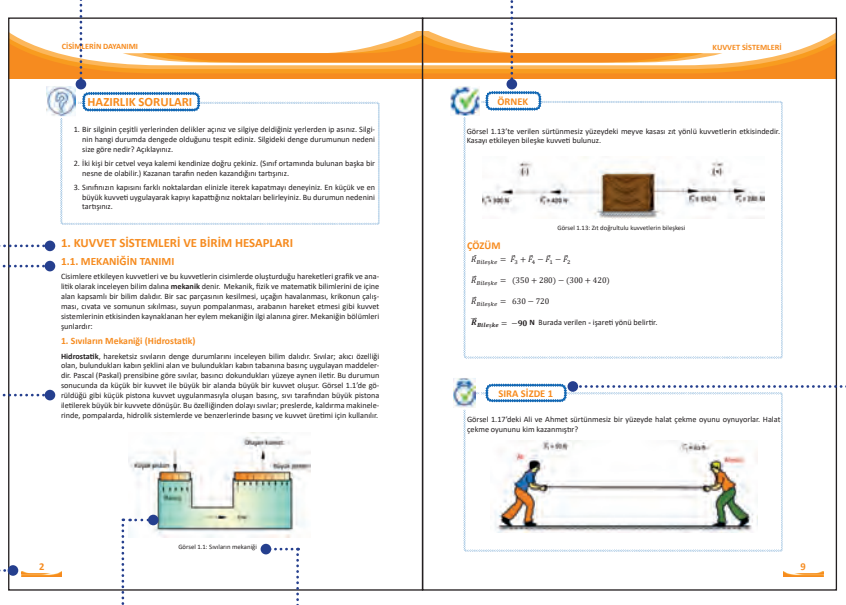
Öğrenme biriminin numarasını gösterir.

Öğrenme biriminin karekodunu gösterir.

Öğrenme biriminin adını gösterir.

Öğrenme birimiyle ilgili hazırlık sorularını gösterir.

Konu ile ilgili örnek ve çözümü gösterir.



Konuyla ilgili başlığı gösterir.

Konuyla ilgili alt başlığı gösterir.

Konu anlatımını gösterir.

Sayfa numaralarını gösterir.

Konuyla ilgili görselleri gösterir.

Konuyla ilgili görselin künyesini gösterir.

Konunun pekişmesi için öğrenciye verilen sıra sizde sorusunu gösterir.

* Bu ders materyalinde ölçü birimlerinin uluslararası kısaltmaları kullanılmıştır.



1. ÖĞRENME BİRİMİ

KUVVET SİSTEMLERİ

HAZIRLIK SORULARI

1. Bir silginin çeşitli yerlerinden delikler açınız ve silgiye deldiğiniz yerlerden ip asınız. Silginin hangi durumda dengede olduğunu tespit ediniz. Silgideki denge durumunun nedeni size göre nedir? Açıklayınız.
2. İki kişi bir cetvel veya kalemi kendinize doğru çekiniz. (Sınıf ortamında bulunan başka bir nesne de olabilir.) Kazanan tarafın neden kazandığını tartışınız.
3. Sınıfınızın kapısını farklı noktalardan elinizle iterek kapatmayı deneyiniz. En küçük ve en büyük kuvveti uygulayarak kapıyı kapattığınız noktaları belirleyiniz. Bu durumun nedenini tartışınız.

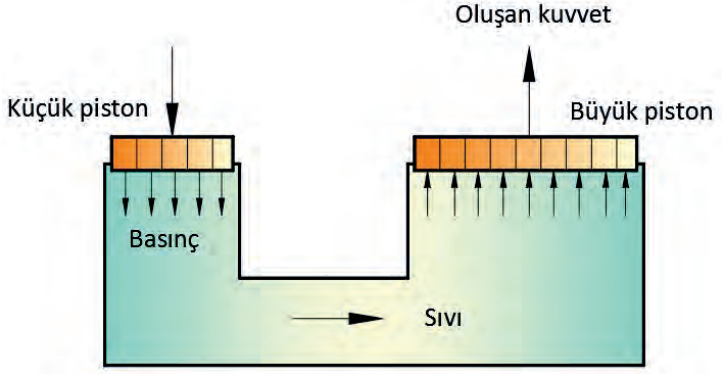
1. KUVVET SİSTEMLERİ

1.1. MEKANİĞİN TANIMI

Cisimlere etkileyen kuvvetleri ve bu kuvvetlerin cisimlerde oluşturduğu hareketleri grafik ve analitik olarak inceleyen bilim dalına **mekanik** denir. Mekanik, fizik ve matematik bilimlerini de içine alan kapsamlı bir bilim dalıdır. Bir sac parçasının kesilmesi, uçağın havalanması, krikonun çalışması, cıvata ve somunun sıkılması, suyun pompalanması, arabanın hareket etmesi gibi kuvvet sistemlerinin etkisinden kaynaklanan her eylem mekaniğin ilgi alanına girer. Mekaniğin bölümleri şunlardır:

1. Sıvıların Mekaniği (Hidrostatik)

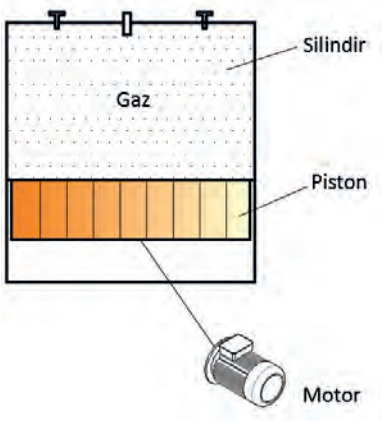
Hidrostatik, hareketsiz sıvıların denge durumlarını inceleyen bilim dalıdır. Sıvılar; akıcı özelliği olan, bulundukları kabın şeklini alan ve bulundukları kabın tabanına basınç uygulayan maddelerdir. Pascal (Paskal) prensibine göre sıvılar, basıncı dokundukları yüzeye aynen iletir. Bu durumun sonucunda da küçük bir kuvvet ile büyük bir alanda büyük bir kuvvet oluşur. Görsel 1.1'de görüldüğü gibi küçük pistona kuvvet uygulanmasıyla oluşan basınç, sıvı tarafından büyük pistona iletilerek büyük bir kuvvete dönüşür. Bu özelliğinden dolayı sıvılar; preslerde, kaldırma makinelerinde, pompalarda, hidrolik sistemlerde ve benzerlerinde basınç ve kuvvet üretimi için kullanılır.



Görsel 1.1: Sıvıların mekaniği

2. Gazların Mekaniği (Aerodinamik)

Isının etkisiyle hacmi ve basıncı değişen akıcı ve uçucu maddelere **gaz** denir. Gazların mekaniği; gazların hacim, sıcaklık ve basınç değişimi ile oluşturduğu kuvvetlerin sonuçlarını inceleyen bilim dalıdır. Isının etkisi ile genleşen gaz, Görsel 1.2'deki gibi silindir ve piston sisteminde motorun çalışmasını sağlar.



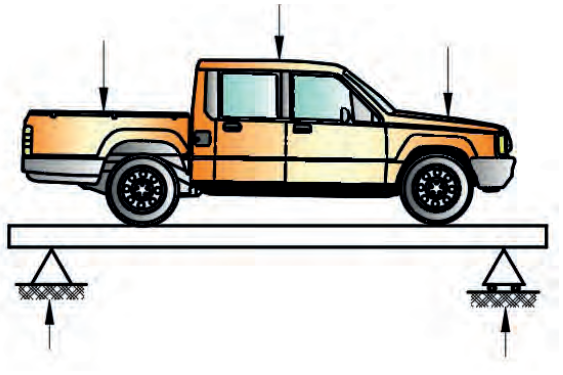
Görsel 1.2: Gazların mekaniği

3. Katıların Mekaniği

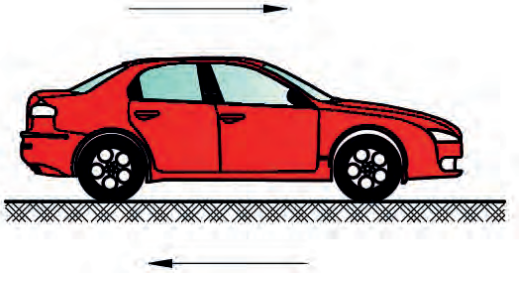
Kuvvet uygulandığında geometrik şeklinde ve durumunda değişiklik olmayan cisimlere **katı cisim** denir. Katıların mekaniği, uygulanan kuvvetin ve hareketlerin cisme etkisine göre üçe ayrılır.

a) **Statik:** Kuvvet etkisinde kalan cisimlerin denge durumlarını inceleyen bilim dalıdır (Görsel 1.3).

b) **Sinematik:** Cisimlerin hareketlerini grafik ve analitik olarak inceleyen bilim dalıdır. Yol, zaman, hız ve ivme gibi bağlantıları içerir. Tel bir halat koptuğunda meydana gelen düşme hareketi, arabanın hızlanma ve yavaşlama hareketi sinematiğin ilgi alanına girer (Görsel 1.4).

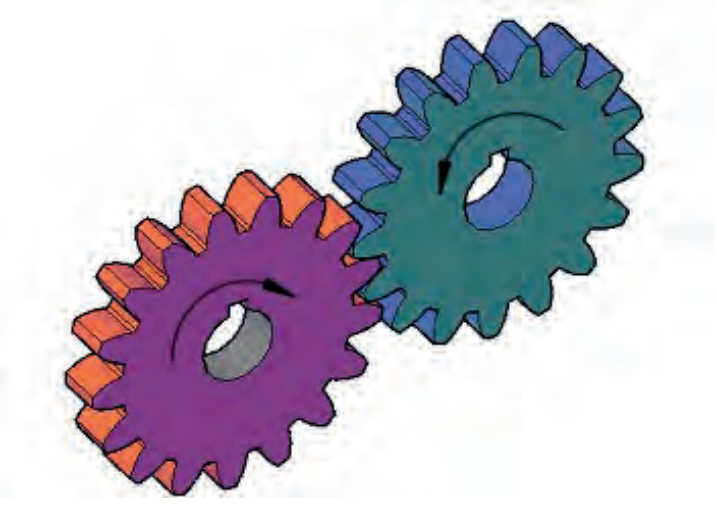


Görsel 1.3: Statik



Görsel 1.4: Sinematik

c) **Dinamik:** Çeşitli kuvvetlerin etkisinde kalan cisimlerin hareketlerindeki değişiklikleri inceleyen bilim dalıdır. Başka bir ifadeyle dinamik, harekete sebep olan ve hareketi değiştiren unsurları inceler. Bir asansörün iniş ve çıkışında, dişli çarkların dönmesi sırasında gözlemlenen durumlar dinamiğin ilgi alanına girer (Görsel 1.5).



Görsel 1.5: Dinamik

1.1.1. Birim Sistemleri

Çoklukların ölçülmesini sağlayan önceden kabul edilmiş değerlere **birim** denir. İşlemlerde kullanılan birimler, ölçülecek çokluğun (kütle, uzunluk, hız, kuvvet vb.) cinsine uygun seçilmelidir. Uluslararası anlaşmalarla kabul edilmiş ve en çok kullanılan birimler şunlardır:

1. CGS Temel Birim Sistemi

Bu sistemde; santimetre (cm) uzunluğu, gram (g) kütleyi ve saniye (s) zamanı gösterir.

2. MKS Temel Birim Sistemi

Bu sistemde; metre (m) uzunluğu, kilogram (kg) kütleyi ve saniye (s) zamanı gösterir. Mutlak MKS sisteminde kuvvet birimi Newton (Nivtın) olup sembolü N'dir. Newton, bir kilogramlık cisme bir m/s^2lik ivme veren büyüklüktür.

3. Gravitasyonel MKFS Birim Sistemi

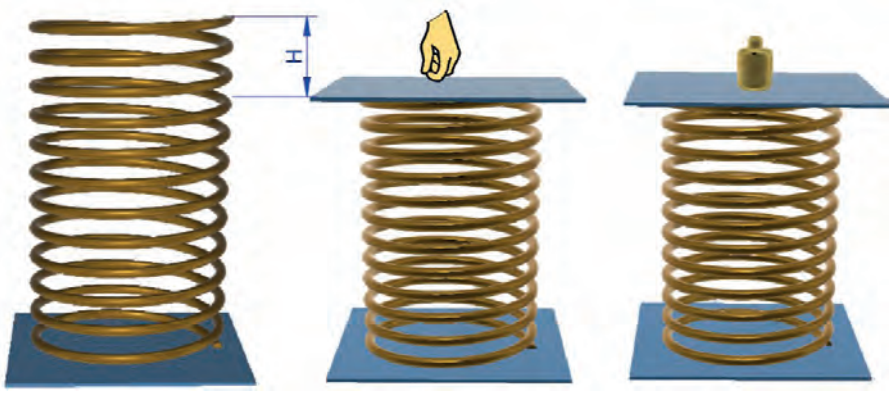
Kütle yerine kuvveti temel kavram kabul eden bu sistemde, temel birimler uzunluk için metre (m), kuvvet için kilofors (kf) ve zaman için saniyedir (s). 1 kg kütleyi etkileyen yer çekimi her yerde aynı olmadığı için bu sistem mutlak bir birim sistemi değildir. Bu sistem daha çok mühendislikte ve halk arasında kullanılmaktadır.

4. Uluslararası Birimler Sistemi

Uluslararası Ölçüler Konferansı'nın 1971'de yaptığı toplantıda, en temel büyüklüklerden (zaman, kütle, zaman) başka, dört temel büyüklüğün daha birimlerini içine alan **Uluslararası Birimler Sistemi (SI)** tanımlanmıştır. Uluslararası Birimler Sistemi, MKS birim sistemini kapsar ve en önemli birim sistemidir.

1.1.2. Kuvvetle İlgili Genel Kavramlar

Cisimlerin şeklini, yönünü ve hareket doğrultusunu değiştirebilen, durgun bir cismi harekete geçirebilen, hareketli bir cismi durdurabilen etkiye **kuvvet** adı verilir. Yüksekten bırakılan bir cismin yere doğru düşmesi, duran bir arabanın kuvvet uygulayınca ilerlemesi, çekilen bir lastiğin uzaması, üzerine basma kuvveti uygulanan bir yayın kısalması, çekme kuvveti yapılan bir yayın uzaması gibi örneklerde verilen bütün hareket ve şekil değişikliklerinin nedeni kuvvettir. Görsel 1.6'da üzerine kuvvet uygulanan bir basma yayının kısalması gösterilmiştir.

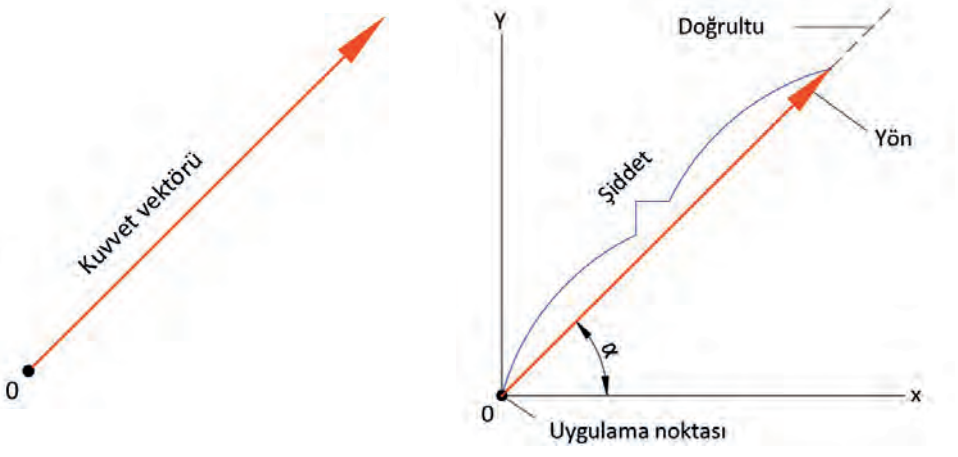


Görsel 1.6: Kuvvet etkisinde kısalan basma yayı

1.1.3. Kuvvet Elemanları ve Vektörler

Birimi ve sayısal değeri dışında bir yönü olan büyüklüklere **vektörel büyüklük** denir. Başka bir deyişle vektörel büyüklük, doğrultusu ve uzunluğu belirli olan ve bir ok ile gösterilen doğru parçasıdır. Kuvvet vektörünün dört elemanı vardır. Bu elemanlar şunlardır:

1. **Şiddet:** Kuvvetin büyüklük değerini veya cismi etkileme gücünü belirtir.
2. **Doğrultu:** Kuvvetin konumunu ve etkisinin gösterdiği doğrultuyu belirtir.
3. **Yön:** Kuvvetin cismi hareket ettirdiği tarafı belirtir.
4. **Uygulama Noktası (Tatbik Noktası):** Kuvvetin etki merkezini veya cismi etkilediği hareket noktasını belirtir (Görsel 1.7).

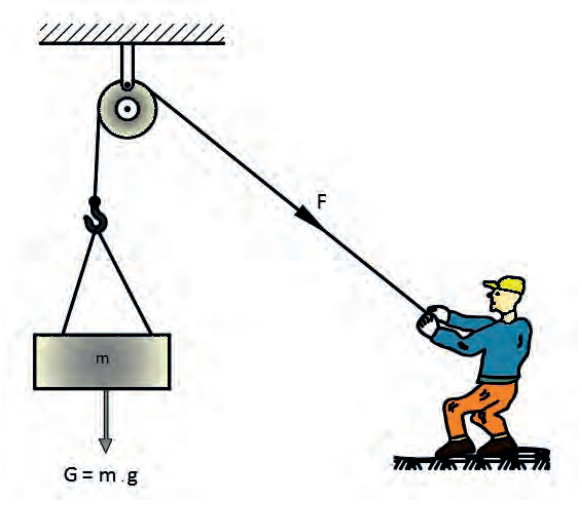


Görsel 1.7: Kuvvet vektörü ve elemanları

1.1.4. Kuvvet Birimleri

Kuvvet birimlerini iyi kavrayabilmek için öncelikle kütle ve ağırlık kavramlarının öğrenilmesi gerekir. **Kütle,** bir cismin değişmez madde miktarıdır. Bir cismin kütle miktarı bulunduğu yere göre değişmez, her yerde aynıdır. **Ağırlık** ise kütlenin bulunduğu yerdeki yer çekimi kuvvetinin sonucudur. Ağırlık bulunduğu yere göre değişir. Uzayda ve dünyada insanın kütlesi aynı olduğu hâlde ağırlığının dünyaya göre az olduğu gözlemlenir.

Teknik mühendislik alanında, Fransa'da bulunan iridyumlu platinden yapılmış silindirin ağırlığı ve onu yere çeken kuvvet esas alınmıştır. Buna göre yer çekimi ivmesi g = 9,81 m/s^2 alınmıştır. Bu değer pratik hesaplamalarda g = 10 m/s^2 kabul edilebilmektedir. SI'da kütle birimi **kg**, kuvvet birimi de **N** kabul edilmektedir. Kuvvet birimi olarak **kg**'ın kullanılması hatalıdır, **N** kullanılmalıdır (Görsel 1.8).



m = kg = kütle
G = m . g = kg . m/s^2 = ağırlık

G = m/s^2 = yer çekimi ivmesi
G = kg . m/s^2
F = N

100 g = 1 N
1 kg = 10 N = 1 daN
100 kg = 1000 N
1 kN = 1000 N

Görsel 1.8: Kuvvet birimleri

1.1.5. Kuvvetlerin Sınıflandırılması

Bir cismi etkileyen iki veya daha fazla kuvvetin meydana getirdiği topluluğa **kuvvet sistemi** denir. Kuvvet sistemleri, kuvvetlerin doğrultularının konumlarına göre genellikle iki bölümde incelenir.

1.1.5.1. Uzaydaki Kuvvetler

Uzaydaki kuvvetler, vektörler ile ifade edilir ve üç boyutlu olarak (**X, Y, Z**) koordinat sistemi içinde incelenir.

1.1.5.2. Düzlemdeki Kuvvetler

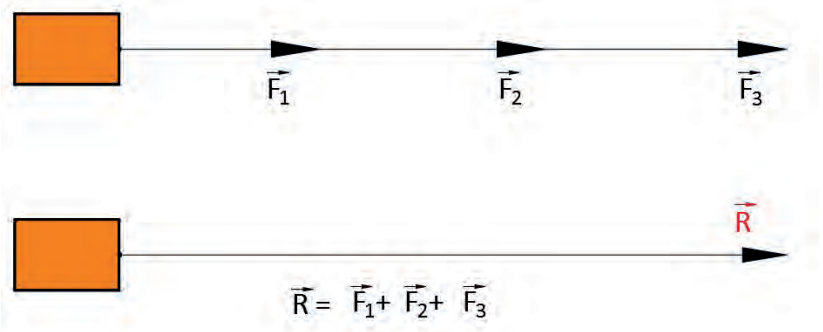
Düzlemdeki kuvvetler, iki boyutlu olarak (**X, Y**) düzlem üzerinde incelenir. Kuvvetlerin düzlem üzerindeki durumunu belirlemek için iki koordinat değerinin (**X, Y**) belirli olması gerekir. Buradaki kuvvetler, bir cismi etkiledikleri için hepsi birden aynı düzleme teğet veya paralel olur.

1. Doğrultuları Aynı Olan Kuvvetler

Doğrultuları aynı olan kuvvet sisteminde, bütün kuvvetler aynı doğrultu üzerinde toplanır. Bir ipi aynı doğrultuda çeken birçok kişinin uyguladığı kuvvet, bu kuvvete örnek olarak verilir. Aynı doğrultulu kuvvetlerin yönleri aynı olduğu için bu kuvvetlere **eş doğrultulu kuvvetler** de denir. Aynı doğrultu üzerinde olan kuvvetlerin bileşkesi, kuvvetlerin matematiksel toplamına eşittir.

a) Eş Doğrultulu Kuvvetler

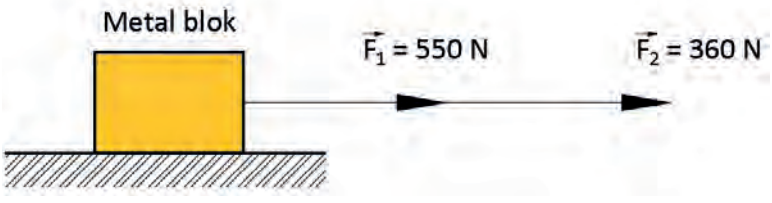
Kuvvetler aynı doğrultu üzerinde ve aynı yönde ise bu kuvvetlere **eş doğrultulu kuvvetler** denir (Görsel 1.9).



Görsel 1.9: Eş doğrultulu kuvvetler

ÖRNEK

Görsel 1.10'da verilen metal blok, sürtünmesiz yüzeyde tek taraflı olarak doğrultusu aynı yönde olan kuvvetlerle yüklenmiştir. Metal bloka etki eden bileşke kuvveti bulunuz.



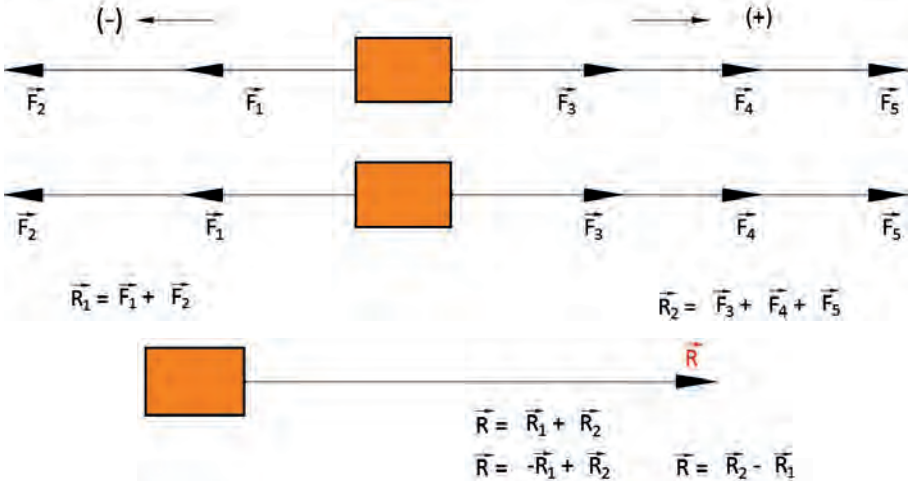
Görsel 1.10: Eş doğrultulu kuvvetler

ÇÖZÜM

$\vec{F}_1$ = 550 N
$\vec{F}_2$ = 360 N
$\vec{R}_{Bileşke} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
$\vec{R}_{Bileşke} = 550 + 360 = 910$ **N**

b) Zıt Doğrultulu Kuvvetler

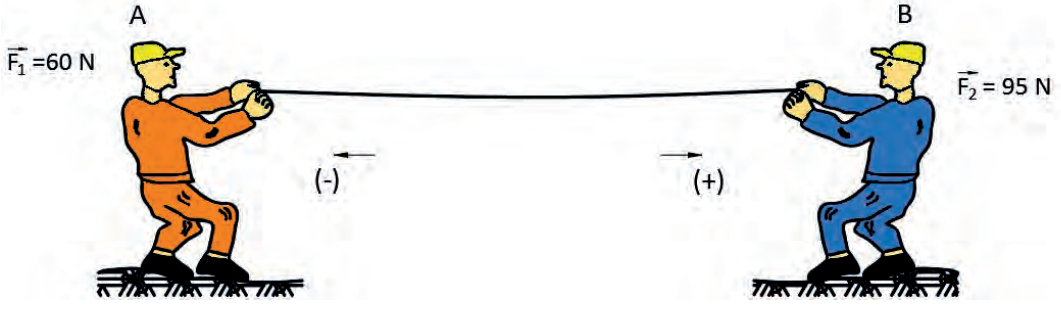
Aynı doğrultu üzerinde birbirinin zıddı yönde olan kuvvetlere **zıt doğrultulu kuvvetler** denir. Zıt doğrultulu kuvvetlerde sağ yöndeki kuvvetler pozitif (**+**), sol yöndeki kuvvetler ise negatif (-) olarak kabul edilir. Bileşke kuvvet bulunurken zıt yönlü kuvvetler toplanır. Eğer zıt yönlü kuvvetlerin bileşkesi **0** (sıfır) olursa sistem dengededir. Bileşke **0**'dan farklı bir değer ise sistem, bileşke kuvvetin olduğu yöne doğru hareket eder (Görsel 1.11).



Görsel 1.11: Zıt doğrultulu kuvvetler

ÖRNEK

Görsel 1.12'de verilen halat, zıt yönlü olarak A ve B kişileri tarafından çekilmektedir. Halata uygulanan bileşke kuvveti bulunuz. (Yüzey sürtünmesizdir.)



Görsel 1.12: Halat çekme oyunu

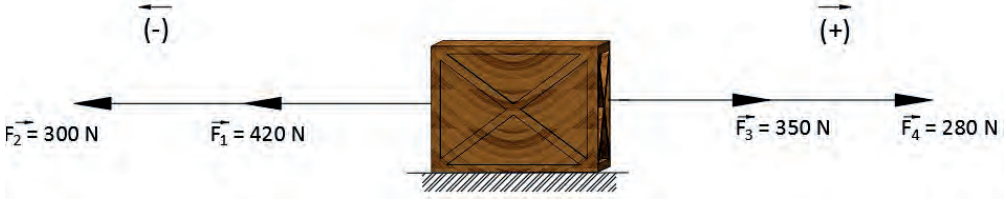
ÇÖZÜM

$\vec{R}_{Bileşke} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$\vec{R}_{Bileşke} = -60 + 95 = \mathbf{35\ N}$

ÖRNEK

Görsel 1.13'te verilen sürtünmesiz yüzeydeki meyve kasası zıt yönlü kuvvetlerin etkisindedir. Kasayı etkileyen bileşke kuvveti bulunuz.



Görsel 1.13: Zıt doğrultulu kuvvetlerin bileşkesi

ÇÖZÜM

$\vec{R}_{Bileşke} = \vec{F}_3 + \vec{F}_4 - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$

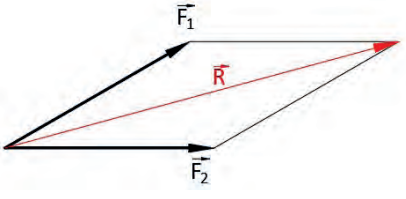
$\vec{R}_{Bileşke} = (350 + 280) - (300 + 420)$

$\vec{R}_{Bileşke} = 630 - 720$

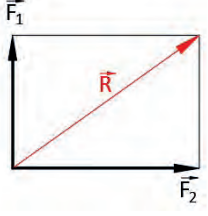
$\vec{R}_{Bileşke} = -90$ **N** Burada verilen - işareti yönü belirtir.

2. Kesişen Kuvvetler

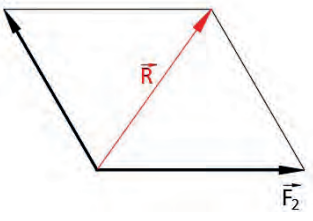
Vektörleri veya doğrultuları bir noktada birleşen kuvvetlere **kesişen kuvvetler** denir. Kesişen kuvvetlerin bileşkesi, kuvvetlerin geometrik toplamına eşittir. Buna göre kesişen kuvvetlerin bileşkesi bu kuvvetleri kenar kabul eden paralelkenarın köşegeni kadardır. Kesişen kuvvetler; dar (a), dik (b) ve geniş (c) olmak üzere üçe ayrılır (Görsel 1.14).



a) Dar açı



b) Dik açı

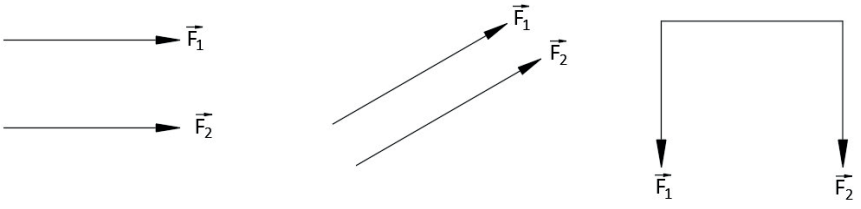


c) Geniş açı

Görsel 1.14: Kesişen kuvvetler

3. Paralel Kuvvetler

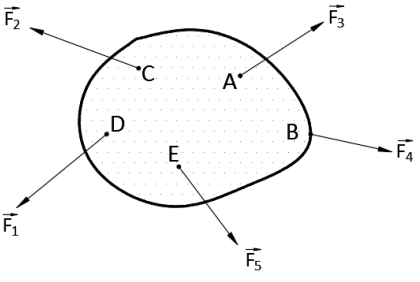
Doğrultusu bir noktada kesişmeyen ve birbirine paralel olan kuvvetlere **paralel kuvvetler** denir (Görsel 1.15).



Görsel 1.15: Paralel kuvvetler

4. Gelişigüzel Kuvvetler

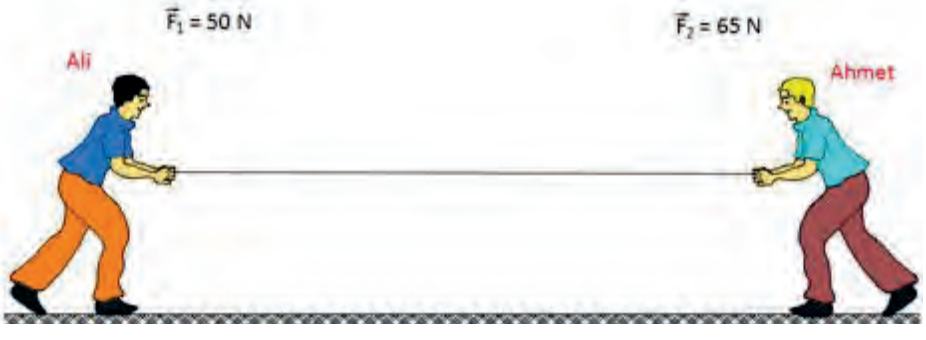
Gelişigüzel kuvvetler aynı düzlemde bulunur ancak bu kuvvetler bir noktada kesişmez ve doğrultuları birbirlerine paralel değildir. Gelişigüzel doğruların çözümüne ait metotlar kuvvetlerin bileşkesi konusunda ayrıntılı olarak anlatılacaktır (Görsel 1.16).



Görsel 1.16: Gelişigüzel kuvvetler

1. SIRA SİZDE

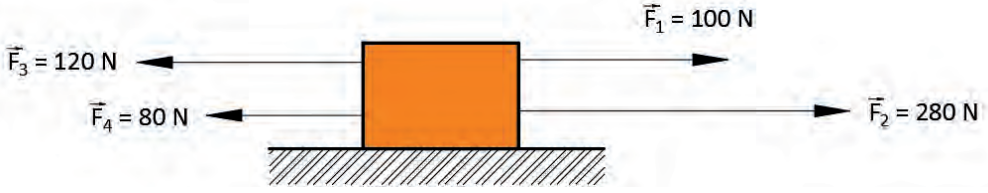
Görsel 1.17'deki Ali ve Ahmet sürtünmesiz bir yüzeyde halat çekme oyunu oynuyorlar. Halat çekme oyununu kim kazanmıştır?



Görsel 1.17: Halat çekme oyunu

2. SIRA SİZDE

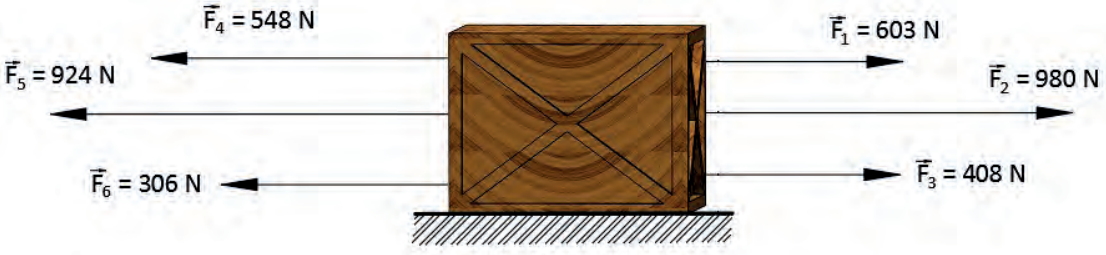
Görsel 1.18'de verilen sürtünmesiz yüzeydeki cismi etkileyen kuvvetlerin bileşkesinin yönünü ve şiddetini bulunuz.



Görsel 1.18: Kuvvetlerin bileşkesi

3. SIRA SİZDE

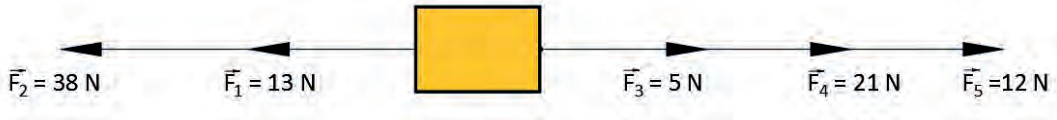
Görsel 1.19'da verilen sürtünmesiz yüzeydeki cismi etkileyen kuvvetlerin bileşkesinin yönünü ve şiddetini bulunuz.



Görsel 1.19: Zıt yönlü kuvvetlerin bileşkesi

4. SIRA SİZDE

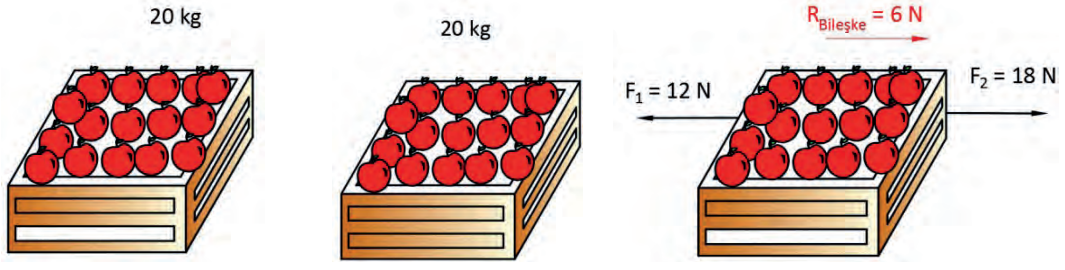
Görsel 1.20'de verilen sürtünmesiz yüzeydeki cismi etkileyen kuvvetlerin bileşkesinin yönünü ve şiddetini bulunuz.



Görsel 1.20: Zıt yönlü kuvvetlerin bileşkesi

1.2. KUVVETLERİN BİLEŞKESİ

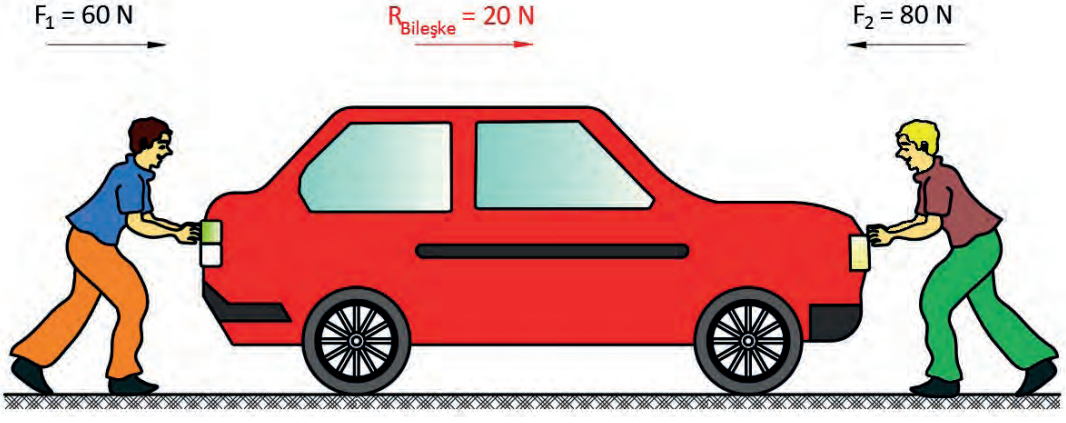
Skaler büyüklükler hesaplanırken toplama işlemi yapılır. Örneğin, her birinde 20 kg elma bulunan iki kasadaki toplam elma kütlesi 40 kg'dır. Elma kasalarından birine, birbirine zıt yönlü 12 N ve 18 N büyüklüğünde iki kuvvet uygulanırsa kasayı etkileyen toplam kuvveti bulmak için vektörel işlem yapılır. Kasayı etkileyen net kuvvet, 6 N büyüklüğünde ve büyük olan kuvvet ile aynı yöndedir (Görsel 1.21).



Görsel 1.21: Elma kasasına uygulanan kuvvetlerin bileşkesi

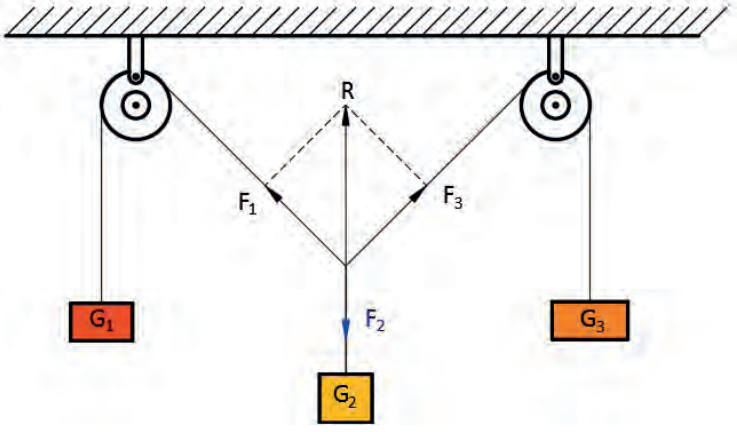
1.2.1. Bileşke Kuvvetin Tanımı

Bir cismi birden çok kuvvet etkiliyorsa meydana gelen sisteme **kuvvetler sistemi** denir. Kuvvetler sistemi, kuvvetlerin birleşmesiyle oluşan tek bir kuvvetten meydana gelir. Birden çok kuvvetin toplanmasıyla elde edilen kuvvete **bileşke kuvvet** denir. Başka bir ifadeyle iki veya daha fazla kuvvetin bir cisme yaptığı etkiyi tek başına yapabilen net kuvvete de **bileşke kuvvet** denir. Bileşke kuvvet **R** sembolü ile gösterilir ve farklı yöntemlerle bulunabilir. Görsel 1.22'deki arabaya zıt yönlü iki kuvvet uygulanmıştır. Arabayı etkileyen net kuvvet, kuvvetlerin toplamı olan bileşke kuvvettir.



Görsel 1.22: Bileşke kuvvet

Görsel 1.23'teki makaralı sistemde ilk olarak iplerin ucuna G_1 ve G_2 ağırlıkları asılır. Daha sonra G_3 ağırlığı asılır ve sistemin dengede olduğu görülür. Bu durumda da asılan G_3 ağırlığının **R** bileşke kuvvete eşit olduğu tespit edilir (Görsel 1.23).



Görsel 1.23: Makaralı sistemde bileşke kuvvet

1.2.2. Bileşke Kuvvet Bulma Metotları

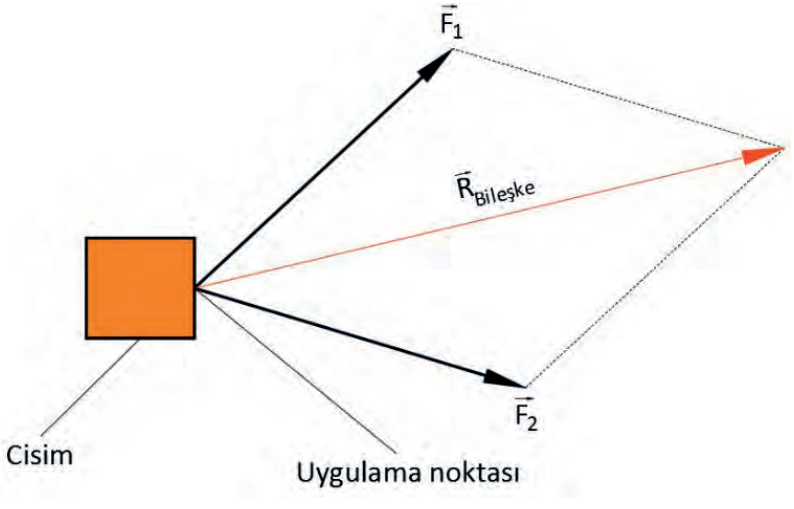
Kesişen kuvvetler grafik ve analitik metot olmak üzere iki farklı metotla bulunur.

1.2.2.1. Bileşke Kuvvetin Grafik Metot ile Bulunması

a) Paralelkenar Metodu

Uygulama noktaları ortak ve aralarında **alfa (α)** gibi bir açı olan iki kuvvetin bir cisim üzerindeki etkisi (bileşke kuvveti) paralelkenar metoduyla şöyle bulunur:

1. Kuvvetlerin uç noktalarından birbirlerine paralel doğrular çizilerek paralelkenar oluşturulur.
2. Paralelkenarın köşegen çizgisi çizilerek $\mathbf{R_{Bileşke}}$ bulunur (Görsel 1.24).

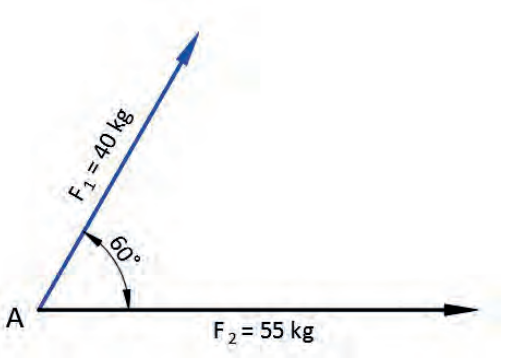


Görsel 1.24: Paralelkenar metodu

ÖRNEK

Görsel 1.25'te verilen ve aralarında 60° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini paralelkenar metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
$F_1 = 40$ kg	R = ?
$F_2 = 55$ kg	
$\alpha = 60°$	



Görsel 1.25: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

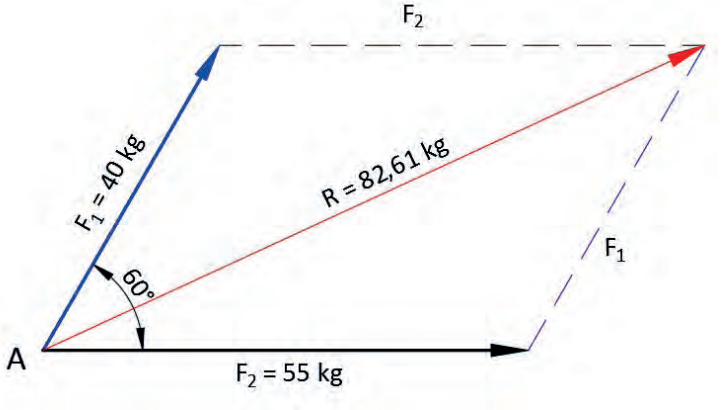
1. 1 kg = 9,86 N'dır. Hesaplama kolaylığı için yaklaşık 10 N alınır. Çizim kolaylığı için de 1 kg = 1 mm alınır. Dolayısıyla 55 kg, 55 mm çizilir.

   1 kg = 10 N olarak kabul edildiğine göre 55 kg 550 N'dır.

2. Başlangıç (uygulama) noktasından (A) F_2 kuvveti 60 mm çizilir. F_1 kuvveti de F_2 kuvveti ile arasında 60° açı olacak şekilde 55 mm çizilir.

3. F_1 kuvvetinin ucundan F_2 kuvvetine, F_2 kuvvetinin ucundan da F_1 kuvvetine paralel çizgiler çizilerek paralelkenar oluşturulur.

4. Paralelkenara ait köşegen çizgisi çizilerek bileşke kuvvet (R = 82,61 mm = 826,1 N) bulunur (Görsel 1.26).

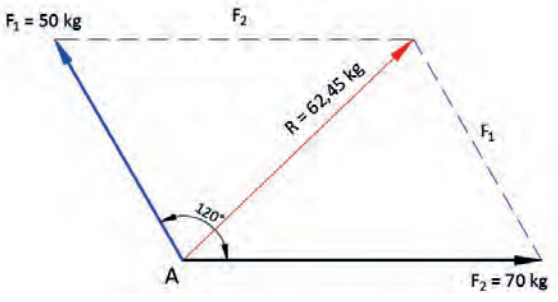


Görsel 1.26: Paralelkenar metodu

ÖRNEK

Görsel 1.27'de verilen ve aralarında 120° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini paralelkenar metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
F_1 = 50 kg	R = ?
F_2 = 70 kg	
α = 120°	



Görsel 1.27: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

F_1 = 50 mm = 500 N

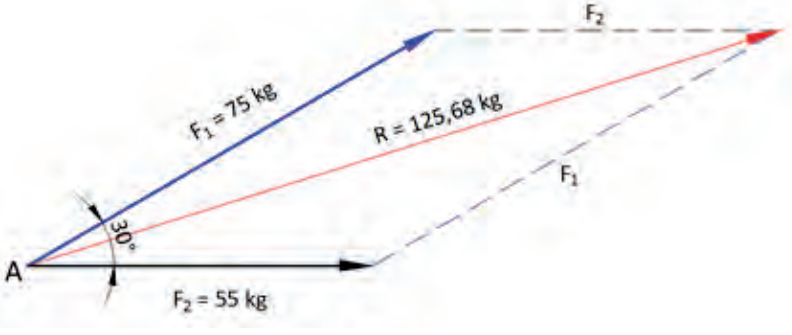
F_2 = 70 mm = 700 N

R = 62,45 mm = 62,45 kg = 624,5 N

ÖRNEK

Görsel 1.28'de verilen ve aralarında 30° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini paralelkenar metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
F_1 = 75 kg	R = ?
F_2 = 55 kg	
α = 30°	



Görsel 1.28: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

F_1 = 75 mm = 750 N

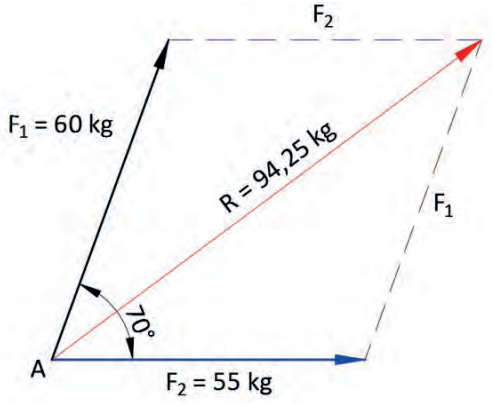
F_2 = 55 mm = 550 N

R = 125,68 mm = 125,68 kg = 1256,8 N

ÖRNEK

Görsel 1.29'da verilen ve aralarında 70° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini paralelkenar metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
F_1 = 60 kg	R = ?
F_2 = 55 kg	
α = 70°	



Görsel 1.29: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

F_1 = 60 mm = 600 N

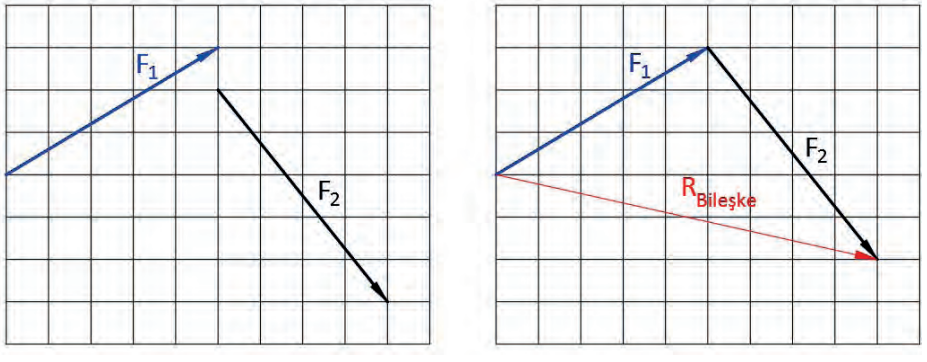
F_2 = 55 mm = 550 N

R = 94,25 mm = 94,25 kg = 942,5 N

b) Kuvvetler Üçgeni Yöntemi

Kesişen iki kuvvetin bileşkesi bulunurken kuvvetler, kendi doğrultularına paralel olacak şekilde uç uca eklenir ve bileşke kuvvet bulunur. Kesişen kuvvetler ve bileşke kuvvet bir üçgen meydana getirir. Bu şekilde bileşke kuvvet bulma metoduna **kuvvetler üçgeni metodu** denir.

Görsel 1.30'da verilen **F_1** kuvvetinin ucuna **F_2** kuvveti kendi doğrultusuna paralel olacak şekilde birim karelerden yararlanılarak taşınır. **F_1** kuvvetinin başlangıç noktasından **F_2** kuvvetinin bitiş noktasına çizilen çizgi bileşke kuvveti verir.

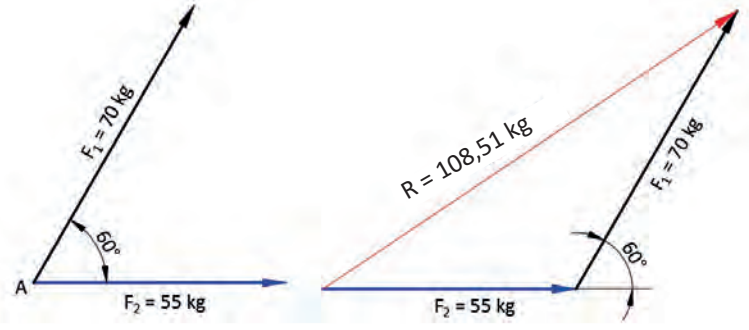


Görsel 1.30: Kuvetler üçgeni metodu

ÖRNEK

Görsel 1.31'de verilen ve aralarında 60° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini kuvvetler üçgeni metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
F_1 = 70 kg	R = ?
F_2 = 55 kg	
α = 60°	



Görsel 1.31: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

Kuvvetler kendi doğrultusunda uç uca eklenerek bileşke kuvvet bulunur.

F_1 = 70 mm = 700 N

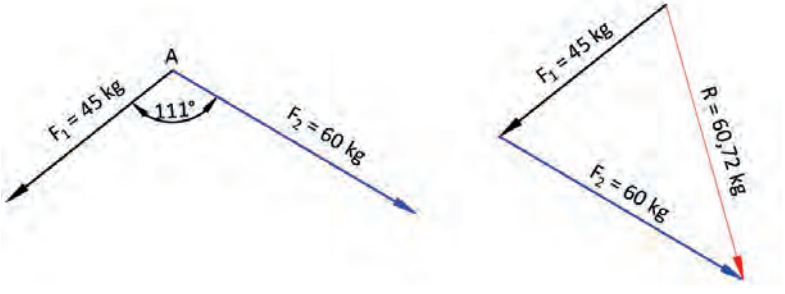
F_2 = 55 mm = 550 N

R = 108,51 mm = 1085,1 N

ÖRNEK

Görsel 1.32'de verilen ve aralarında 111° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini kuvvetler üçgeni metodu ile bulunuz.

Verilenler	İstenen
F_1 = 60 kg	R = ?
F_2 = 45 kg	
α = 111°	



Görsel 1.32: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

Kuvvetler kendi doğrultusunda uç uca eklenerek bileşke kuvvet bulunur.

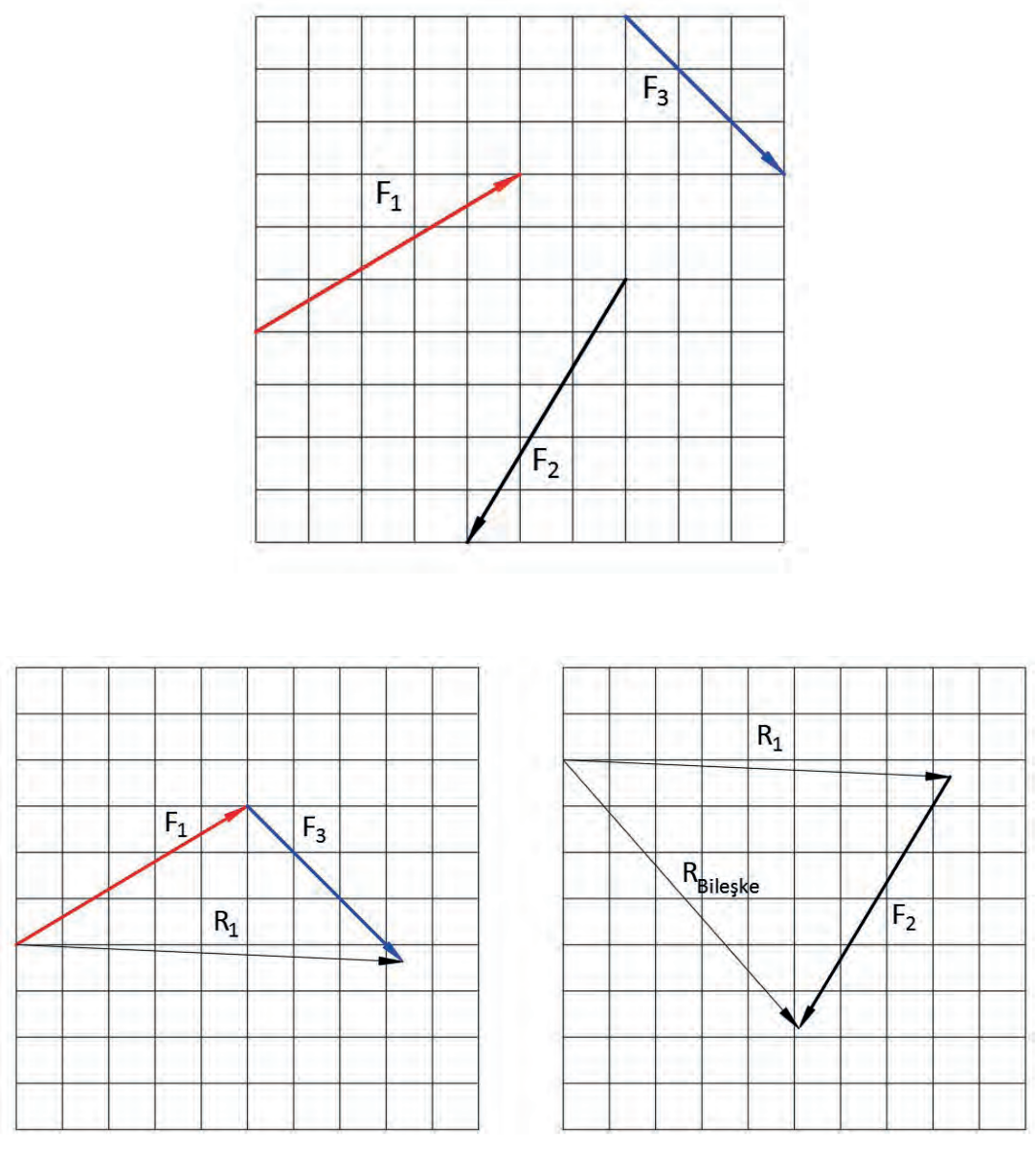
F_1 = 60 mm = 600 N

F_2 = 45 mm = 450 N

R = 60,72 mm = 607,2 N

c) Kuvvetler Çokgeni Metodu

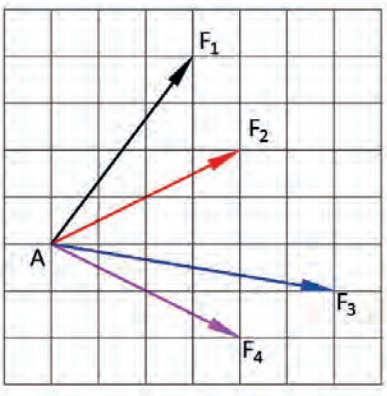
Bu metotta kuvvetlerin belli bir sırayla birleştirilmesine gerek yoktur. Kuvvetler üçgeninde olduğu gibi kuvvetler ikişer birleştirilerek, bileşke kuvvet bulunur ve bir önceki kuvvet yok edilerek bileşke kuvvet ile diğer kuvvetler birleştirilir. Görsel 1.33'te gösterildiği gibi $\mathbf{F_1}$ ile $\mathbf{F_3}$'ün kendi doğrultularında uç uca eklenmesiyle $\mathbf{R_1}$ bileşke kuvveti bulunur. $\mathbf{F_1}$ ve $\mathbf{F_3}$ kuvvetleri yok edilerek ve $\mathbf{R_1}$ bileşke kuvveti ile $\mathbf{F_2}$ kuvvetinin kendi doğrultularında uç uca eklenmesiyle de $\mathbf{R_{Bileşke}}$ toplam bileşke kuvveti bulunur. Sistemin toplam bileşkesi $\mathbf{R_{Bileşke}}$dir.



Görsel 1.33: Kuvvetler çokgeni metodu

ÖRNEK

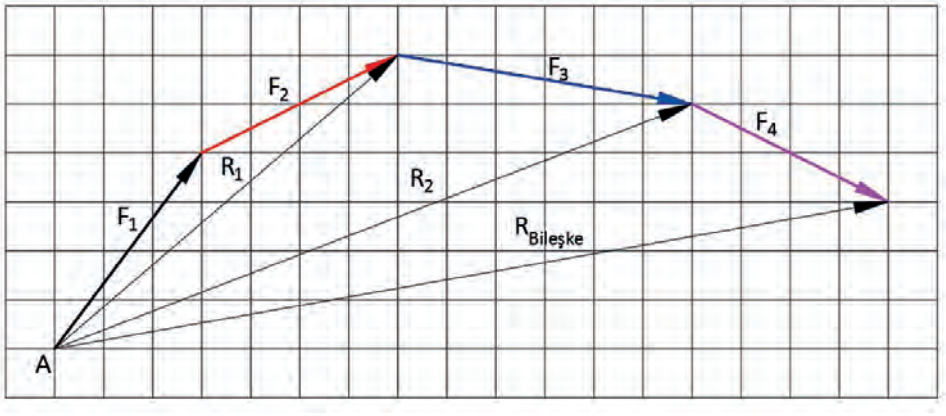
Görsel 1.34'te koordinatları verilen F_1, F_2, F_3 ve F_4 kuvvetlerinin bileşkesini kuvvetler çokgeni metoduyla bulunuz.



Görsel 1.34: Kuvvetler sistemi

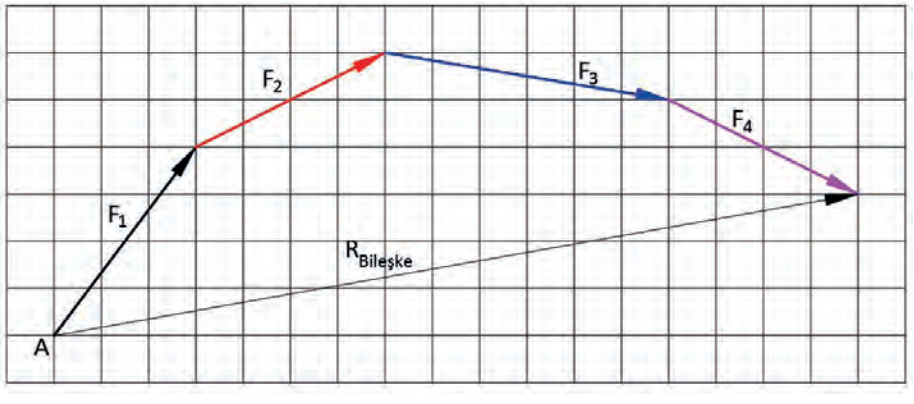
ÇÖZÜM

1. F_2 kuvveti kendi doğrultusuna paralel olarak F_1 kuvvetinin ucuna taşınır ve R_1 bulunur.
2. R_1 kuvvetinin ucuna F_3 kuvveti eklenerek R_2 bulunur.
3. R_2 kuvvetinin ucuna da F_4 kuvveti eklenerek $R_{Bileşke}$ bulunur (Görsel 1.35).



Görsel 1.35: Bileşke kuvvet

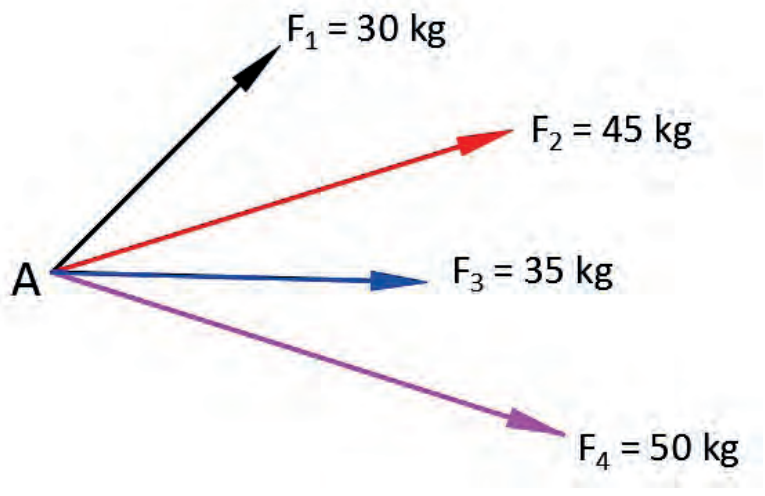
Kuvvetlerin tamamı kendi doğrultusuna paralel taşınarak uç uca eklenince de $\mathbf{R_{Bileşke}}$ aynı değeri verir (Görsel 1.36).



Görsel 1.36: Bileşke kuvvet

ÖRNEK

Görsel 1.37:a'da verilen maddesel nokta F_1, F_2, F_3 ve F_4 kuvvetlerinin etkisindedir. Kuvvetlerin bileşkesini kuvvetler çokgeni metoduyla bulunuz.

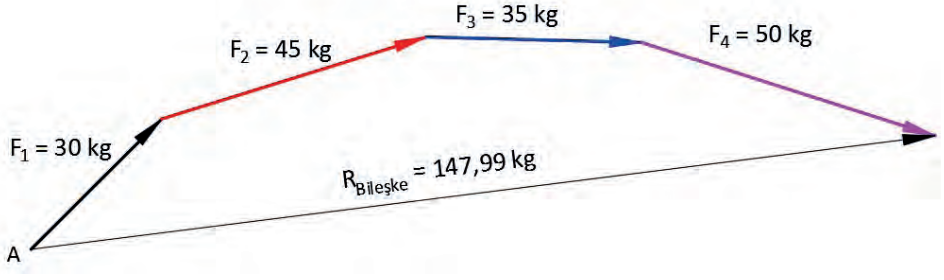


Görsel 1.37: a) Kuvvetler sistemi

ÇÖZÜM

Kuvvetler kendi doğrultularına paralel taşınarak uç uca eklendiğinde bileşke,

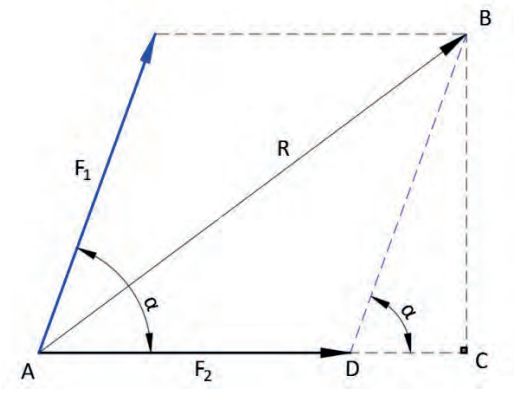
R = 147,99 kg = 1479,9 N bulunur (Görsel 1.37:b).



Görsel 1.37: b) Kuvvetler çokgeni metodu ile bileşke kuvvet bulma

1.2.2.2. Bileşke Kuvvetin Analitik Metotla Bulunması

Kesişen ve aralarında **α** gibi bir açı bulunan iki kuvvetin bileşkesinin trigonometrik formüllerle bulunmasına **analitik metot** denir. Bu metoda trigonometride **cosinüs teoremi** de denir (Görsel 1.38).

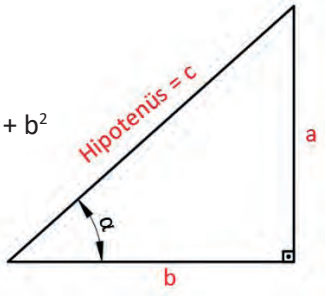


Görsel 1.38: Analitik metotla bileşke kuvvet bulma

Öncelikle dik üçgendeki Pisagor teoreminden (Görsel 1.39);

$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$AC = AD + DC$
$AB^2 = (AD + DC)^2 + BC^2$
$AB^2 = AD^2 + DC^2 + 2 . AD . DC + BC^2$ bulunur.

$c^2 = a^2 + b^2$



Görsel 1.39: Pisagor teoremi

DCB dik üçgeninden (Görsel 1.38);
$DB^2 = DC^2 + BC^2$
$AB^2 = AD^2 + DC^2 + 2 . AD . DC + BC^2$

$AB^2 = AD^2 + DB^2 + 2 . AD . DC$ bulunur.

DCB dik üçgeninden;

$DC = BD . \cos\alpha$ bulunarak yerine konulur.
$AB^2 = AD^2 + DB^2 + 2 . AD . BD . \cos\alpha$
Düzenlenecek olursa

$BD = F_1$
$AD = F_2$
$AB = R$
$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 . F_1 . F_2 . \cos\alpha$ olarak bulunur.
Her iki taraf kök içine alınarak

$\mathbf{R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 . F_1 . F_2 . \cos\alpha}}$ cosinüs formülü bulunur.

Özel Durumlar

1. α < 90° olursa

Kuvvetler arasındaki açı **90°**den küçüktür (Görsel 1.40).

Cosinüs teoreminden;

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$

$$R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

α < 90° cos60° = 0,5

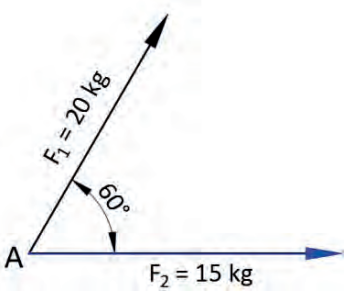
$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos60°$

$R^2 = 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 0,5$

$R^2 = 400 + 225 + 300$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{925}$

R = 30,41 kg bulunur.



Görsel 1.40: Aralarındaki açı 90°den küçük olan kuvvetlerin bileşkesi

2. α > 90° olursa

Kuvvetler arasındaki açı **90°**den büyüktür (Görsel 1.41).

Cosinüs teoreminden;

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$

$$R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

α > 90° cos120° = - 0,5

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$

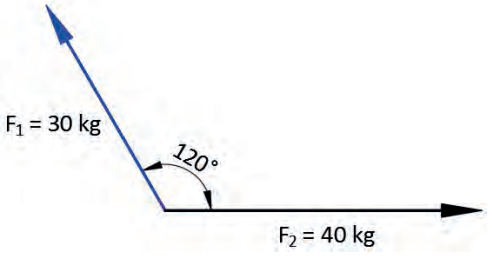
$R^2 = 40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot (- 0,5)$

$R^2 = 1600 + 900 + 2400 \cdot (0,5)$

$R^2 = 2500 + 1200$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{3700}$

R = 60,82 kg bulunur.



Görsel 1.41: Aralarındaki açı 90°den büyük olan kuvvetlerin bileşkesi

3. α = 0° ise

Kuvvetler arasındaki açı **0**'dır ve kuvvetler aynı doğrultuda olmalıdır (Görsel 1.42).

cos0° = 1

$$R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot 1}$$

İki kare toplamından kök içindeki formülün değeri;

$(F_1 + F_2)^2$ bulunur.

$R = \sqrt{(F_1 + F_2)^2}$

$R = F_1 + F_2$

$R = F_1 + F_2$

$R = 16 + 25$

R = 41 kg bulunur.



Görsel 1.42: Aralarındaki açı 0° olan kuvvetlerin bileşkesi

4. α = 90° ise

Kuvvetler birbirine diktir (Görsel 1.43).

cos90° = 0

$R^2 = F_2^2 + F_1^2$

$$\mathbf{R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}}$$

Bileşke kuvvet dik üçgendeki hipotenüs formülü ile bulunur.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

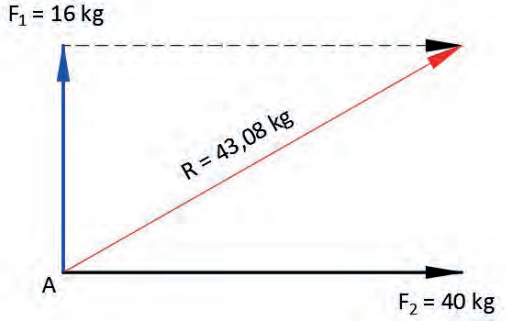
$R^2 = F_1^{2+} F_2^2$

$R^2 = 16^2 + 40^2$

$R^2 = 256 + 1600$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{1856}$

R = 43,08 kg bulunur.



Görsel 1.43: Aralarındaki açı 90° olan kuvvetlerin bileşkesi

5. α = 180° ise

Kuvvetler arasındaki açı **180°**dir ve kuvvetler zıt doğrultudadır. Bileşke kuvvet büyük olan kuvvetle aynı yöndedir (Görsel 1.44).

cos180° = -1

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 . F_1 . F_2 . 1}$$

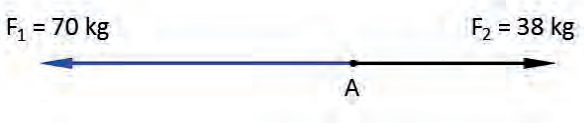
$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$R = F_1 - F_2$

$R = F_1 - F_2$

$R = 70 - 38$

R = 32 kg bulunur.



Görsel 1.44: Aralarındaki açı 180° olan kuvvetlerin bileşkesi

ÖRNEK

Görsel 1.45'te verilen ve aralarında 80° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini analitik metotla bulunuz.

ÇÖZÜM

α < 90° cos80° = 0,174

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 80°$

$R^2 = 25^2 + 40^2 + 2 \cdot 25 \cdot 40 \cdot 0,174$

$R^2 = 625 + 1600 + 347,296$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{2572,296}$

R = 50,71 kg



Görsel 1.45: Bileşke kuvvet

ÖRNEK

Görsel 1.46'da verilen ve aralarında 146° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini analitik metotla bulunuz.

ÇÖZÜM

a > 90° cos146° = -0,83

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha$

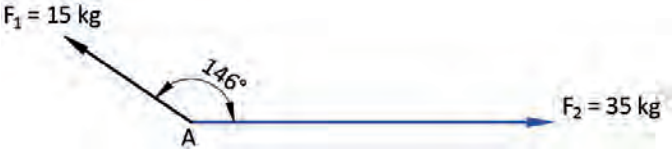
$R^2 = 35^2 + 15^2 - 2 \cdot 35 \cdot 15 \cdot \cos 146°$

$R^2 = 1225 + 225 - 870,48$

$R^2 = 1450$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{579,52}$

R = 24,07 kg



Görsel 1.46: Bileşke kuvvet

ÖRNEK

Görsel 1.47'de verilen ve aralarında 50° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini analitik metotla bulunuz.

ÇÖZÜM

α < 90° cos50° = 0,174

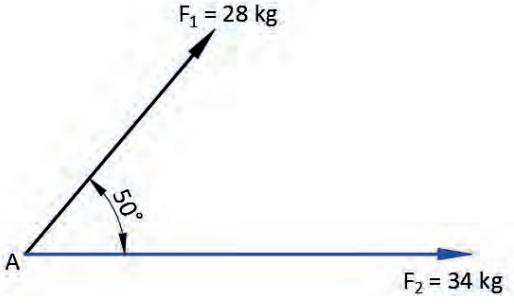
$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 50°$

$R^2 = 28^2 + 34^2 + 2 \cdot 28 \cdot 34 \cdot 0,642$

$R^2 = 784 + 1156 + 1223,86$

$\sqrt{R^2} = \sqrt{3163,86}$

R = 56,25 kg



Görsel 1.47: Bileşke kuvvet

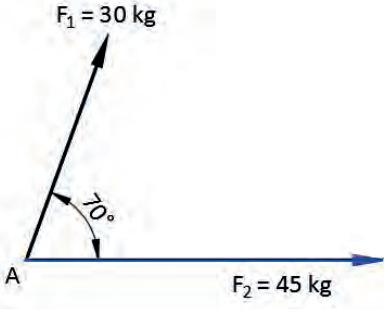
ÖRNEK

Görsel 1.48'de verilen ve aralarında 70° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Analitik metotla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla,

c) Paralelkenar metoduyla bulunuz.



Görsel 1.48: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

a) Analitik Metot

$\alpha < 90°$ $\quad \cos 70° = 0{,}342$

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 70^0$

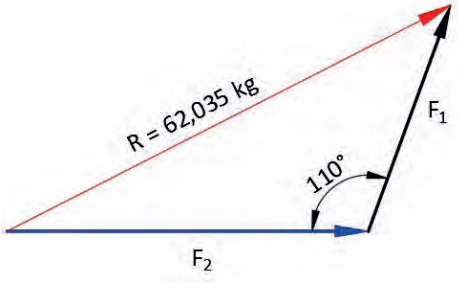
$R^2 = 30^2 + 45^2 + 2 \cdot 30 \cdot 45 \cdot 0{,}342$

$R^2 = 900 + 2025 + 923{,}4$

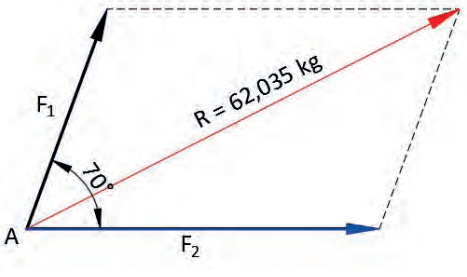
$\sqrt{R^2} = \sqrt{3848{,}4}$

R = 62,035 kg

b) Kuvvetler Üçgeni Metodu



c) Paralelkenar Metodu



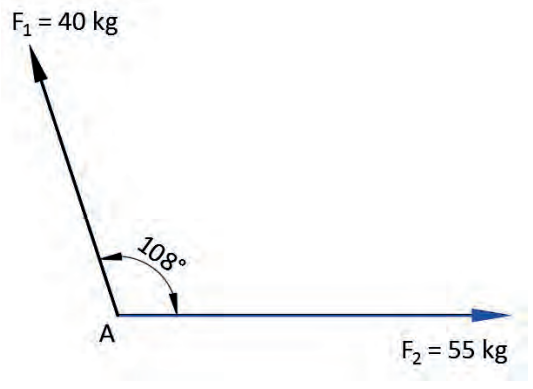
ÖRNEK

Görsel 1.49'da verilen ve aralarında 108° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Analitik metotla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla,

c) Paralelkenar metoduyla bulunuz.



Görsel 1.49: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

a) Analitik Metot

$\alpha > 90°$ $\quad \cos 108° = -0{,}309$

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 108°$

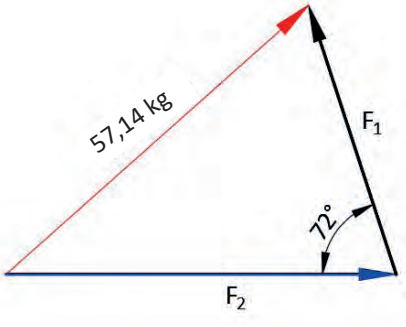
$R^2 = 55^2 + 40^2 - 2.55 \cdot 40 \cdot 0{,}309$

$R^2 = 3025 + 1600 - 1359{,}6$

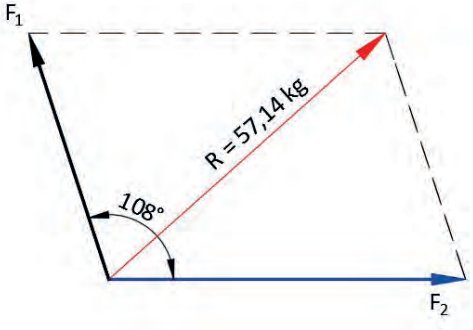
$\sqrt{R^2} = \sqrt{3265{,}4}$

R = 57,14 kg

b) Kuvvetler Üçgeni Metodu



c) Paralelkenar Metodu



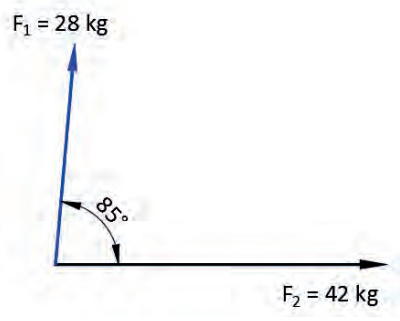
ÖRNEK

Görsel 1.50'de verilen ve aralarında 85° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Analitik metotla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla,

c) Paralelkenar metoduyla bulunuz.



Görsel 1.50: Bileşke kuvvet

ÇÖZÜM

a) Analitik Metot

$\alpha < 90°$ $\quad \cos 85° = 0{,}0871$

$R^2 = F_2^2 + F_1^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 85°$

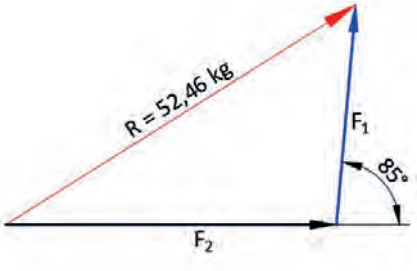
$R^2 = 42^2 + 28^2 + 2 \cdot 42 \cdot 28 \cdot 0{,}0871$

$R^2 = 1764 + 784 + 204{,}86$

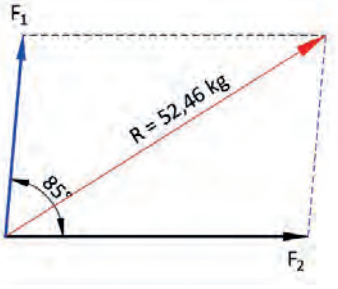
$\sqrt{R^2} = \sqrt{2752{,}56}$

R = 52,46 kg

b) Kuvvetler Üçgeni Metodu



c) Paralelkenar Metodu



5. SIRA SİZDE

Görsel 1.51'de verilen ve aralarında 120° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Paralelkenar metoduyla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla bulunuz.



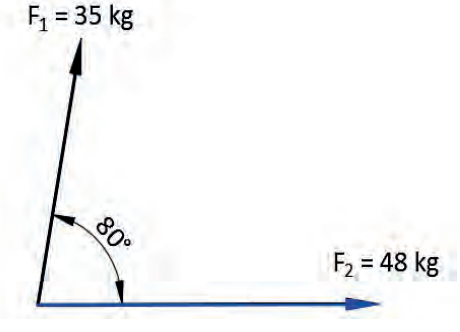
Görsel 1.51: Bileşke kuvvet

6. SIRA SİZDE

Görsel 1.52'de verilen ve aralarında 80° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Paralelkenar metoduyla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla bulunuz.



Görsel 1.52: Bileşke kuvvet

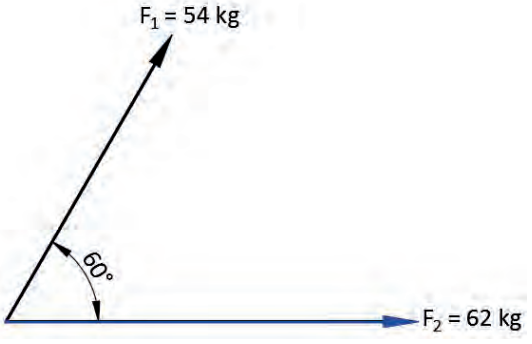
7. SIRA SİZDE

Görsel 1.53'te verilen ve aralarında 60° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Analitik metotla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla,

c) Paralelkenar metoduyla bulunuz.



Görsel 1.53: Bileşke kuvvet

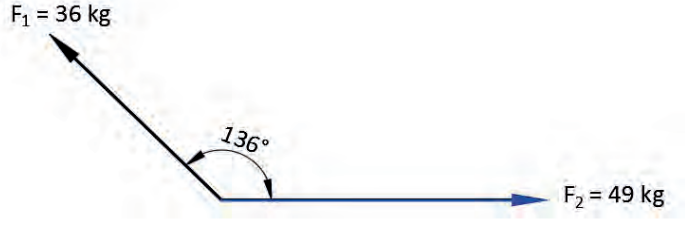
8. SIRA SİZDE

Görsel 1.54'te verilen ve aralarında 136° açı olan F_1 ve F_2 kuvvetlerinin bileşkesini;

a) Analitik metotla,

b) Kuvvetler üçgeni metoduyla,

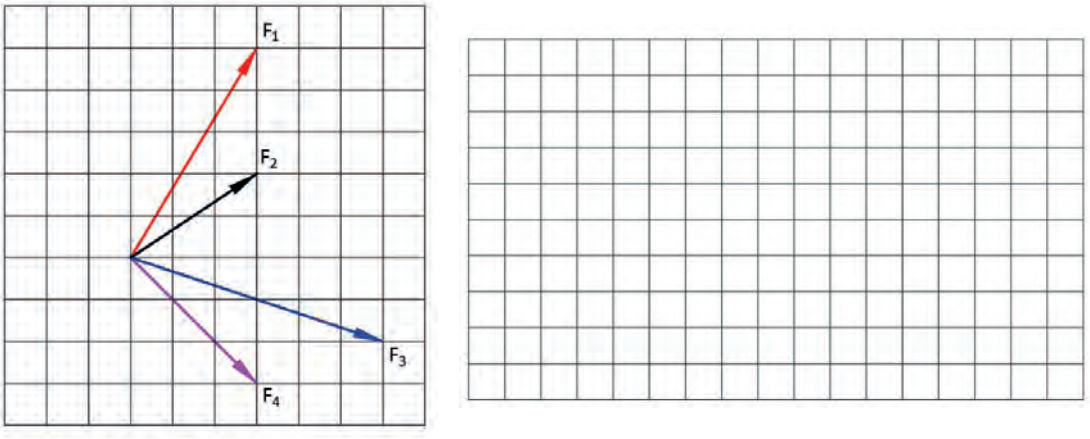
c) Paralelkenar metoduyla bulunuz.



Görsel 1.54: Bileşke kuvvet

9. SIRA SİZDE

Görsel 1.55'te verilen F_1, F_2, F_3 ve F_4 kuvvetler sisteminin bileşkesini, kuvvetler çokgeni metoduyla verilen boş alanda bulunuz.



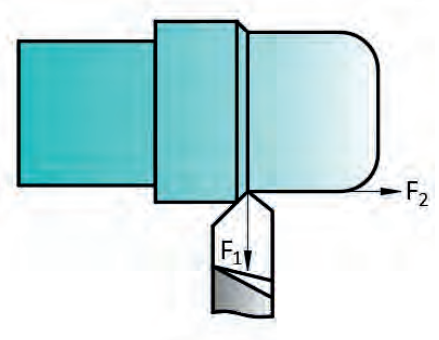
Görsel 1.55: Kuvvetler sistemi

10. SIRA SİZDE

Görsel 1.56'da verilen tornalama işleminde, torna kalemine gelen kuvvetlerden F_1 = 30 kg, F_2 = 55 kg olduğuna göre bileşke kuvveti;

a) Paralelkenar metoduyla,

b) Analitik metotla bulunuz.



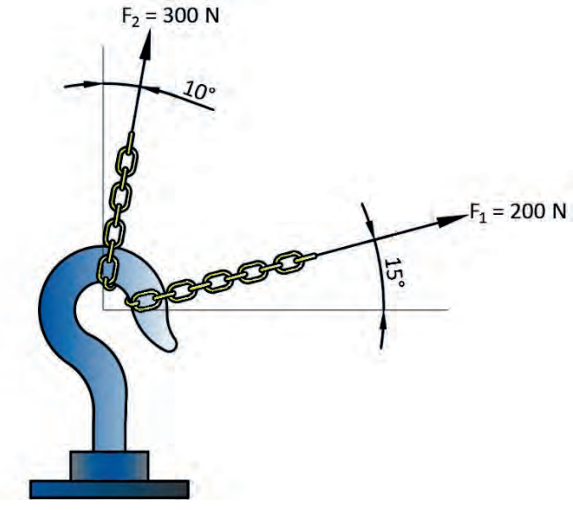
Görsel 1.56: Torna kalemi

11. SIRA SİZDE

Görsel 1.57'de verilen kanca F_1 ve F_2 kuvvetlerinin etkisindedir. Kancayı etkileyen bileşke kuvveti;

a) Paralelkenar metoduyla,

b) Analitik metot ile bulunuz.



Görsel 1.57: Kanca



Ülkemizde farklı acil yardım çağrıları için kullanılan 7 kuruma ait acil çağrı numaralarının (İtfaiye: 110, Jandarma: 156, Polis: 155, Sağlık: 112, Orman: 177, Sahil Güvenlik: 158, AFAD: 122) tek numara (112) altında toplanması amacıyla geliştirilmiştir.

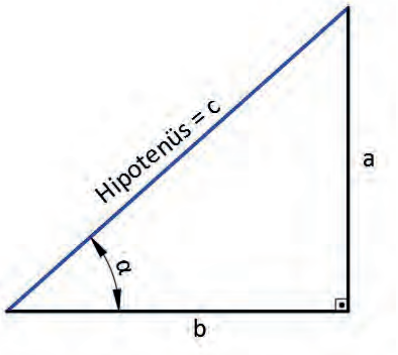
1.3. KUVVETLERİN AYRIŞTIRILMIŞ BİLEŞENLERİ

1.3.1. Kuvvetlerin Ayrışması

Bir vektörün bileşenleri, o vektörün koordinat sisteminin **X** ve **Y** eksenleri üzerindeki izdüşümleridir. Kuvvetlerin ayrıştırılmasıyla oluşan kuvvetlere **bileşen** denir (Görsel 1.59). Koordinat sisteminde eksenlerle açı yapan vektörlerin bileşenlerine ayrılması, vektörlerin toplanması ve çıkarılmasında kolaylık sağlar. Böylece çok sayıda vektörün bileşkesi uç uca ekleme, kuvvetler üçgeni ya da paralelkenar yöntemleri kullanılmadan da bulunabilir.

1.3.2. Kuvvetlerin Ayrıştırılma Hesapları

Dik koordinat sistemi ile açı yapan kuvvetlerin bileşenlerine ayrılmasında trigonometrik formüllerden yararlanılır. Görsel 1.59'da **X** ekseni ile **α** açısı yapan bir **F** vektörünün izdüşümleri alınarak F_x ve F_y bileşenlerine ayrılmıştır. F_x ve F_y bileşenlerinin değerleri, dik üçgendeki trignometrik formüllerden yararlanılarak bulunmuştur (Görsel 1.58).



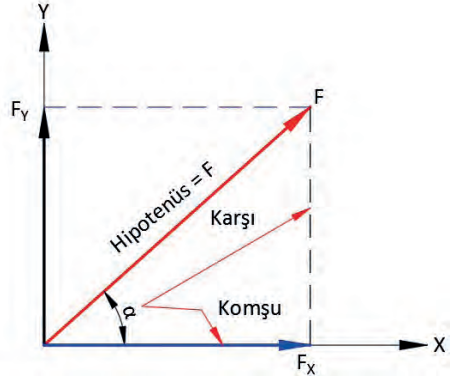
Görsel 1.58: Pisagor teoremi

$$\sin\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}}$$



Görsel 1.59: Kuvvetleri bileşenlerine ayırma

$$\sin\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\mathbf{F_Y = F \cdot \sin\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{F_Y}{F}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\mathbf{F_x = F \cdot \cos\alpha}$$

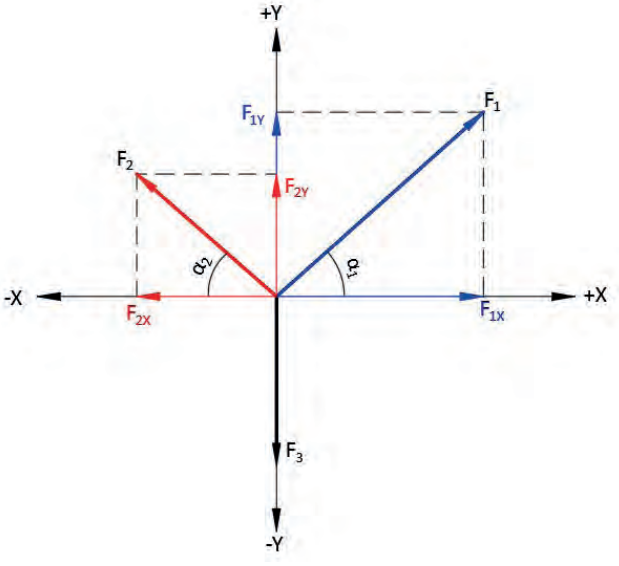
$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

Her kuvvetin yatay ve düşey izdüşümleri ($\mathbf{F_X}$, $\mathbf{F_Y}$) bulunur. Yatay ve düşey izdüşümler, ayrı ayrı toplanarak yatay ve düşey eksende dik $\mathbf{\sum F_X}$ ve $\mathbf{\sum F_Y}$ kuvvetleri elde edilir. Toplam yatay ve düşey izdüşümlerin bileşkesini bulmak için **Pisagor teoremi** kullanılır. Bulunan bileşke kuvvetin **X** ekseni ile yaptığı açıyı bulmak için de trigonometrik formüllerden yararlanılır (Görsel 1.60).

$F_{1X} = F_1 . \cos\alpha_1$
$F_{1Y} = F_1 . \sin\alpha_1$
$F_{2X} = - F_2 . \cos\alpha_2$
$F_{2Y} = F_2 . \sin\alpha_2$
$F_{3X} = 0$
$F_{3Y} = - F_3$

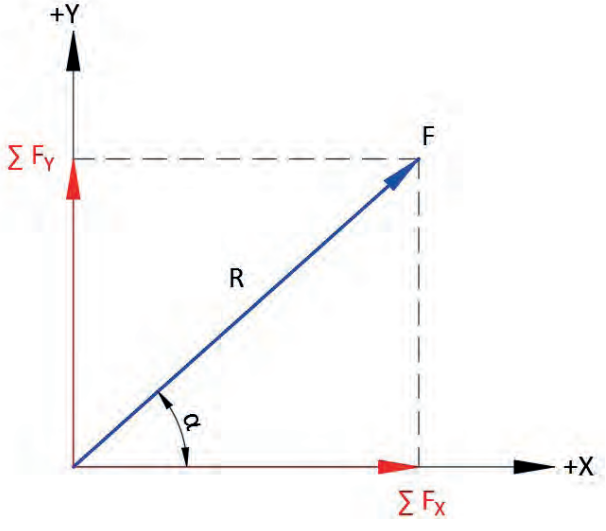
$\sum F_X = F_1 . \cos\alpha_1 + F_2 . \cos\alpha_2 + 0$
$\sum F_Y = F_1 . \sin\alpha_1 + F_2 . \sin\alpha_2 + F_3$

$\mathbf{R^2 = (\sum F_X)^2 + (\sum F_Y)^2}$



Görsel 1.60: Kuvvetleri bileşenlerine ayırarak izdüşümlerini bulma

Bileşkenin **X** ekseni ile yaptığı açı (Görsel 1.61) $\tan = \frac{\sum F_Y}{\sum F_X}$ formülü ile bulunur.



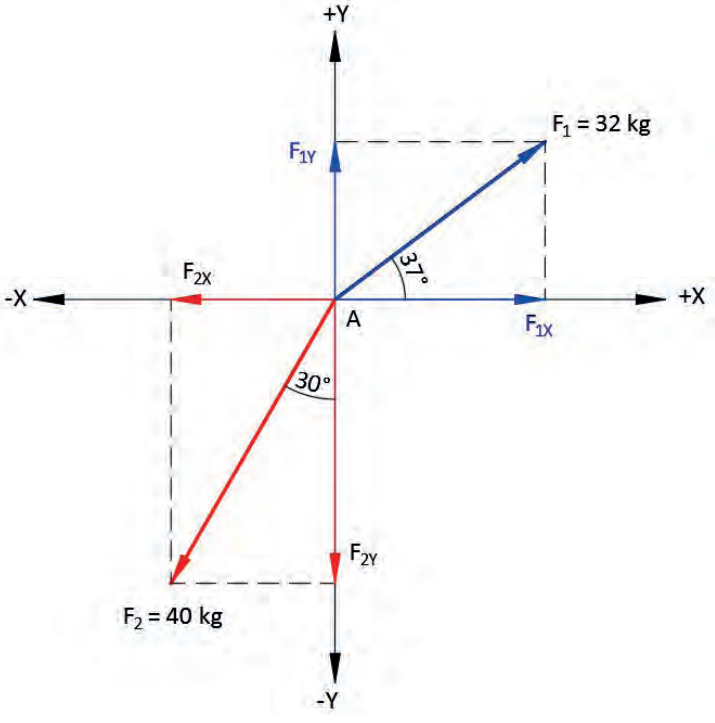
Görsel 1.61: Bileşke kuvvetin X ekseni ile yaptığı açı

ÖRNEK

Görsel 1.62'de verilen A maddesel noktası, kuvvetlerin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen bileşke kuvvetin yönünü, şiddetini ve X ekseni ile yaptığı açıyı;

a) Kuvvetler çokgeni metoduyla,

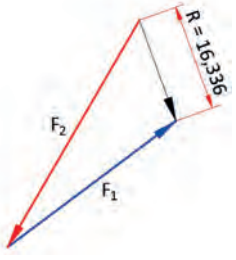
b) Bileşenlere ayırma metoduyla bulunuz.



Görsel 1.62: Kuvvetler sistemi

ÇÖZÜM

a)



b)

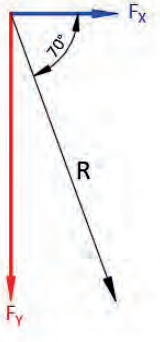
F_1 = 32 kg
α_1 = 37°

$F_{1X} = F_1 . \cos\alpha_1$	$F_{1X} = 32 . \cos37°$	$F_{1X} = 32 . 0{,}7986$	F_{1X} = **25,55 kg**
$F_{1Y} = F_1 . \sin\alpha_1$	$F_{1Y} = 32 . \sin37°$	$F_{1Y} = 32 . 0{,}601$	F_{1Y} = **19,258 kg**

F_2 = 40 kg
α_2 = 30°

$F_{2X} = - F_2 . \cos\alpha_2$	$F_{2X} = - 40 . \cos60°$	$F_{2X} = - 40 . 0{,}5$	F_{2X} = **-20 kg**
$F_{2Y} = F_2 . \sin\alpha_2$	$F_{2Y} = - 40 . \sin60°$	$F_{2Y} = 40 . 0{,}866$	F_{2Y} = **-34,641 kg**

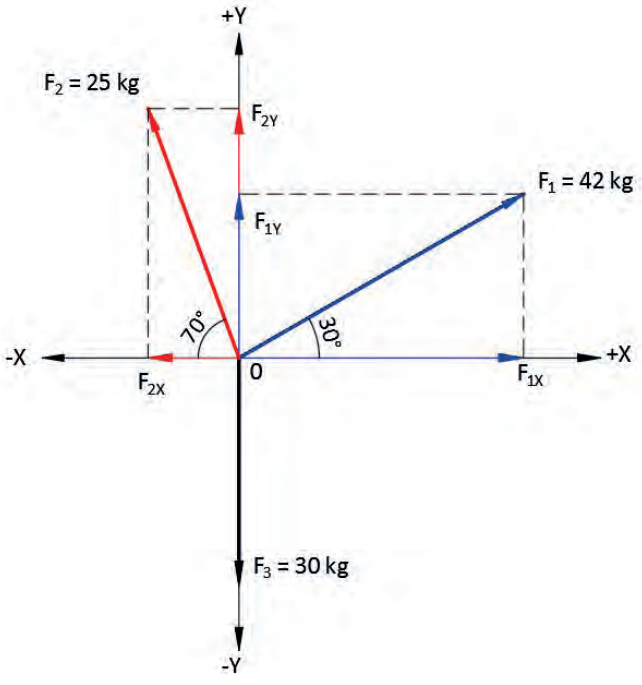
$\sum F_X = F_1 . \cos\alpha_1 + F_2 . \cos\alpha_2 = 25{,}55 - 20 =$ **5,55 kg**
$\sum F_Y = F_1 . \sin\alpha_1 + F_2 . \sin\alpha_2 = 19{,}258 - 34{,}641 =$ **-15,383 kg**



$R^2 = (\sum F_X)^2 + (\sum F_Y)^2$
$R^2 = (5{,}5)^2 + (15{,}383)^2$
$R^2 = 30{,}25 + 236{,}63$
$R^2 = 266{,}886$
R = 16,336 kg
$\tan\alpha = \sum F_Y / \sum F_X = -15{,}383 / 5{,}55 = -2{,}71$
$\arctan\alpha$ 2,71 = 69,745° ≈ 70°

ÖRNEK

Görsel 1.63'teki O maddesel noktası, F_1, F_2 ve F_3 kuvvetlerinin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen bileşke kuvvetin yönünü, şiddetini ve X ekseniyle yaptığı açıyı bileşenlere ayırma metoduyla bulunuz.



Görsel 1.63: Kuvvetler sistemi

ÇÖZÜM

$F_1 = 42$ kg
$\alpha_1 = 30°$
$F_2 = 25$ kg
$\alpha_2 = 70°$

$F_{1X} = F_1 . \cos\alpha_1$	$F_{1X} = 42 . \cos30°$	$F_{1X} = 42 . 0,866$	$F_{1X} =$ **36,37 kg**
$F_{1Y} = F_1 . \sin\alpha_1$	$F_{1Y} = 42 . \sin30°$	$F_{1Y} = 42 . 0,5$	$F_{1Y} =$ **21 kg**
$F_{2X} = -F_2 . \cos\alpha_2$	$F_{2X} = -25 . \cos70°$	$F_{2X} = -25 . 0,342$	$F_{2X} =$ **-8,55 kg**
$F_{2Y} = F_2 . \sin\alpha_2$	$F_{2Y} = 25 . \sin70°$	$F_{2Y} = 25 . 0,939$	$F_{2Y} =$ **23,49 kg**

$F_{3X} = 0$
$F_{3Y} = -F_3 =$ **-30 kg**

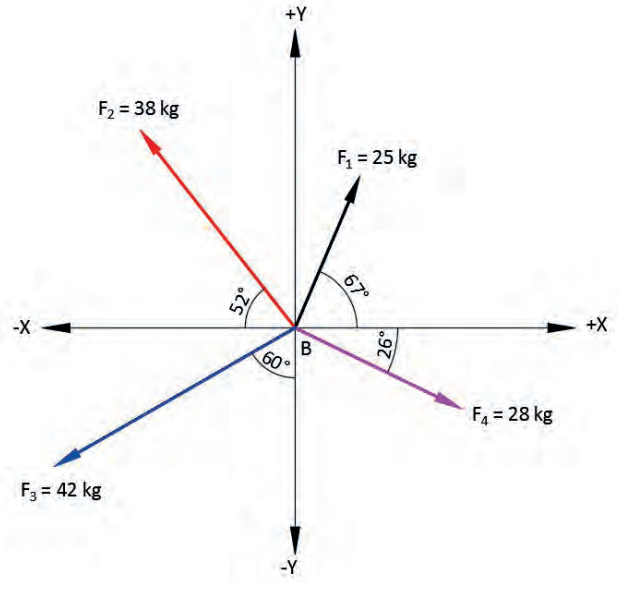
$\sum F_X = F_1 . \cos\alpha_1 + F_2 . \cos\alpha_2 + 0 = 36,37 - 8,55 + 0 =$ **27,82 kg**
$\sum F_Y = F_1 . \sin\alpha_1 + F_2 . \sin\alpha_2 + F_3 = 21 + 23,49 - 30 =$ **14,49 kg**

$R^2 = (\sum F_X)^2 + (\sum F_Y)^2$
$R^2 = (27,82)^2 + (22,94)^2$
$R^2 = 773,95 + 209,96$
$R^2 = 983,91$
R = 31,36 kg

$\tan\alpha = \sum F_Y / \sum F_X = 14,49 / 27,82 = 0,520$
arctan 0,520 = 27,47° ≈ 28°

ÖRNEK

Görsel 1.64'te verilen B maddesel noktası, F_1, F_2, F_3 ve F_4 kuvvetlerinin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen bileşke kuvvetin yönünü, şiddetini ve X ekseniyle yaptığı açıyı bileşenlere ayırma metoduyla bulunuz.



Görsel 1.64: Kuvvetler sistemi

ÇÖZÜM

$F_1 = 25$ kg $\quad \alpha_1 = 67°$
$F_2 = 38$ kg $\quad \alpha_2 = 52°$
$F_3 = 42$ kg $\quad \alpha_3 = 60°$
$F_4 = 28$ kg $\quad \alpha_4 = 26°$

$\sum F_X = F_1 . \cos\alpha_1 - F_2 . \cos\alpha_2 - F_3 . \sin\alpha_3 + F_4 . \cos\alpha_4$
$\sum F_X = 25 . \cos67° - 38 . \cos52° - 42 . \sin60° + 28 . \cos26°$
$\sum F_X = 25 . 0{,}390 - 38 . 0{,}615 - 42 . 0{,}866 + 28 . 0{,}898$
$\sum F_X = 9{,}76 - 23{,}39 - 36{,}37 + 25{,}16$
$\sum F_X =$ **-24,83 kg**

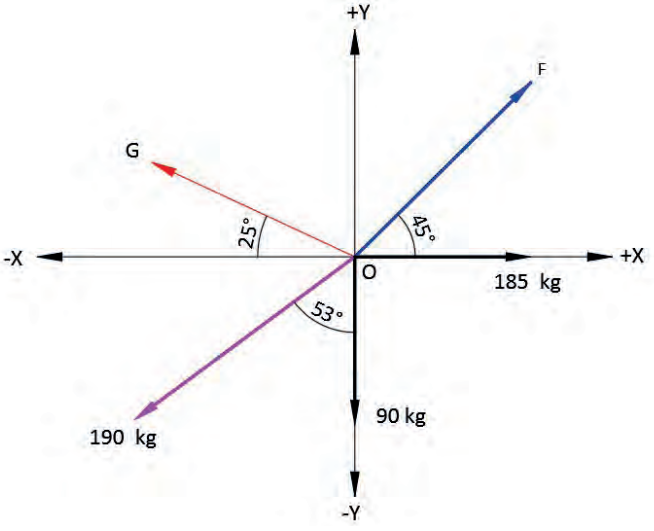
$\sum F_Y = F_1 . \sin\alpha_1 + F_2 . \sin\alpha_2 - F_3 . \cos\alpha_3 - F_4 . \sin\alpha_4$
$\sum F_Y = 25 . \sin67° + 38 . \sin52° - 42 . \cos60° - 28 . \sin26°$
$\sum F_Y = 25 . 0{,}920 + 38 . 0{,}788 - 42 . 0{,}5 - 28 . 0{,}43$
$\sum F_Y = 23{,}01 + 29{,}94 - 21 - 12{,}27$
$\sum F_Y =$ **19,68 kg**

$R^2 = (\sum F_X)^2 + (\sum F_Y)^2$
$R^2 = (24{,}83)^2 + (19{,}68)^2$
$R^2 = 616{,}52 + 387{,}3$
$R^2 = 1003{,}82$
R = 31,68 kg

$\tan\alpha = \sum F_Y / \sum F_X = 19{,}68 / -24{,}83 = -0{,}792$
$\arctan\alpha$ 0,792 = 38,37° ≈ 38,5°

ÖRNEK

Görsel 1.65'te verilen O maddesel noktası, kuvvetlerin etkisinde ve dengededir. Buna göre sistemi etkileyen G ve F kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.65: Kuvvetler sistemi

ÇÖZÜM

$\sum F_X = F \cdot \cos45° + 185 - G \cdot \cos25° - 190 \cdot \sin53° = 0$
$\sum F_X = F \cdot 0{,}707 + 185 - G \cdot 0{,}906 - 190 \cdot 0{,}798 = 0$
$\sum F_X = F \cdot 0{,}707 + 185 - G \cdot 0{,}906 - 151{,}74 = 0$
$\sum F_X = F \cdot 0{,}707 + 185 - G \cdot 0{,}906 - 151{,}74 = 0$
$F \cdot 0{,}707 - G \cdot 0{,}906 + 33{,}26 = 0$

$\sum F_Y = F \cdot \sin45° + G \cdot \sin25° - 190 \cdot \cos53° - 90 = 0$
$\sum F_Y = F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}422 - 190 \cdot 0{,}601 - 90 = 0$
$\sum F_Y = F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}422 - 114{,}34 - 90 = 0$
$F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}422 - 204{,}34 = 0$

$F \cdot 0{,}707 - G \cdot 0{,}906 + 33{,}25 = 0$
$F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}422 - 204{,}34 = 0$

denklemleri taraf tarafa çıkarılırsa

$-F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}906 - 33{,}25 + F \cdot 0{,}707 + G \cdot 0{,}422 - 204{,}34 = 0$
$1{,}328 \cdot G - 237{,}59 = 0$
$1{,}328 \cdot G = 237{,}59$
G = 178,908 kg bulunur.

$F \cdot 0{,}707 - G \cdot 0{,}906 + 33{,}25 = 0$ denkleminde **G** değeri yerine konulursa

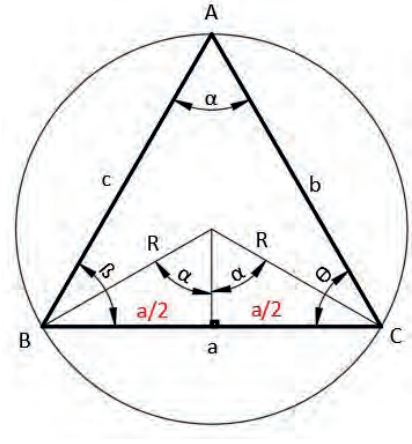
$F \cdot 0{,}707 - 178{,}908 \cdot 0{,}906 + 33{,}25 = 0$
$F \cdot 0{,}707 - 162{,}09 + 33{,}25 = 0$
$F \cdot 0{,}707 - 129{,}09 = 0$
$F \cdot 0{,}707 = 129{,}09$
F = 182,589 kg bulunur.

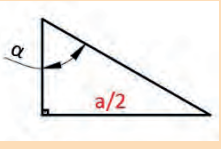
1.3.2.1. Sinüs Teoremi

Bir üçgenin kenar uzunluğu ile o kenara bakan açının sinüs değeri orantılıdır. Bu ifadeye **sinüs teoremi** denir (Görsel 1.66).

Sinüs Teoreminin İspatı

Görsel 1.66'daki açı ve uzunluk değerlerinden faydalanılarak sinüs formülü bulunur. Bir çembersel üçgende (kirişler üçgeni) bir kenar ve bu kenar karşısındaki açının sinüslerinin oranı sabittir. **A, B** ve **C** üçgenin kenar uzunlukları; **a, b, c** iç açıları ile **α, β, θ** ve çevrel çemberin yarıçapı **r** ise bunlar arasında sinüs teoremine göre aşağıdaki formül bulunur.





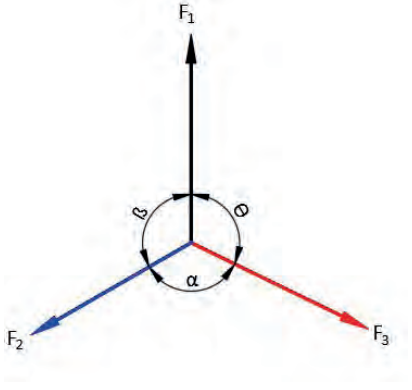
$$\sin\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{R}$$

$$2R = \frac{a}{\sin\alpha}$$

Sinüs formülü

$$2R = \frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\theta}$$

Görsel 1.66: Sinüs teoreminin ispatı



Görsel 1.67: Sinüs teoremi

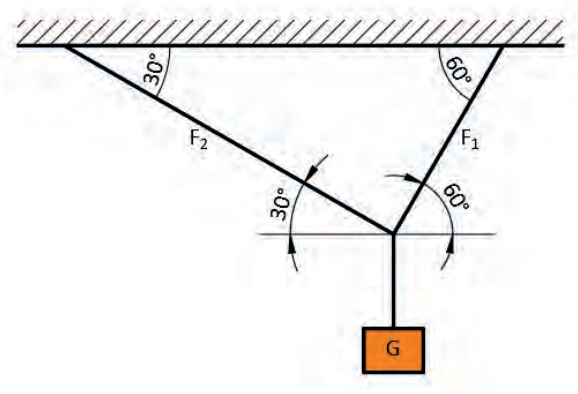
Görsel 1.67'ye göre sinüs teoremi

$$\frac{F_1}{sin\alpha} = \frac{F_2}{sin\theta} = \frac{F_3}{sin\beta}$$

formülü ile bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.68'de verilen askı sisteminde 300 kg'lık bir G yükü tavana iplerle asılmıştır. Sistem dengede olduğuna göre iplerde oluşan F_1 ve F_2 kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.68: Askı sistemi

ÇÖZÜM

Sinüs teoreminden;

$$\frac{F_1}{sin\alpha} = \frac{F_2}{sin\theta} = \frac{F_3}{sin\beta}$$

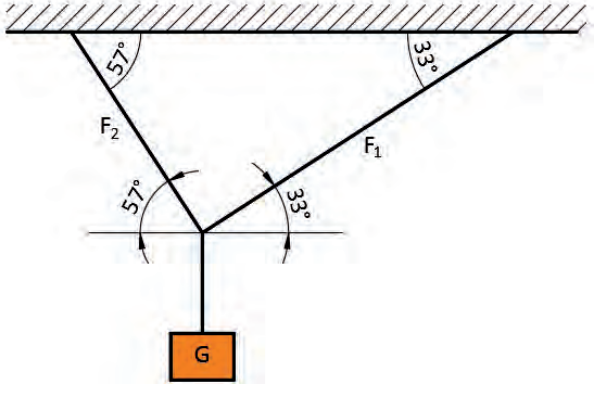
$$\frac{F_1}{\sin120°} = \frac{F_2}{\sin150°} = \frac{G}{\sin90°}$$

$$\frac{F_2}{0,5} = \frac{300}{1} \qquad \mathbf{F_2 = 150\ kg}$$

$$\frac{F_1}{0,866} = \frac{300}{1} \qquad \mathbf{F_1 = 259,8\ kg} \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK

Görsel 1.69'da verilen askı sistemi 500 kg'lık bir G yükü ile dengelenmiştir. Buna göre F_1 ve F_2 kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.69: Askı sistemi

ÇÖZÜM

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\theta} = \frac{G}{\sin\beta}$$

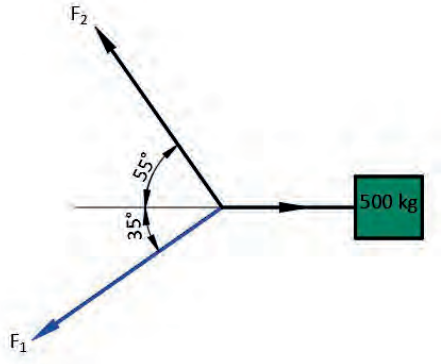
$$\frac{F_1}{\sin147°} = \frac{F_2}{\sin123°} = \frac{G}{\sin90°}$$

$$\frac{F_2}{\sin123°} = \frac{G}{\sin90°} \qquad \frac{F_2}{0,838} = \frac{250}{1} \qquad \mathbf{F_2 = 209,66\ kg}$$

$$\frac{F_1}{\sin147°} = \frac{G}{\sin90°} \qquad \frac{F_1}{0,544} = \frac{250}{1} \qquad \mathbf{F_1 = 136,15\ kg} \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK

Görsel 1.70'te verilen askı sistemi 500 kg'lık bir yük ile dengelenmiştir. Buna göre F_1 ve F_2 kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.70: Askı sistemi

ÇÖZÜM

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\theta} = \frac{G}{\sin\beta}$$

$$\frac{F_1}{\sin 125°} = \frac{F_2}{\sin 145°} = \frac{G}{\sin 90°}$$

$$\frac{F_2}{\sin 145°} = \frac{G}{\sin 90°} \qquad \frac{F_2}{0{,}573} = \frac{500}{1} \qquad \mathbf{F_2 = 286,78\ kg}$$

$$\frac{F_1}{\sin 125°} = \frac{G}{\sin 90°} \qquad \frac{F_1}{0{,}819} = \frac{500}{1} \qquad \mathbf{F_1 = 409,5\ kg}\ \text{bulunur.}$$

1.3.3. Maddesel Noktanın Dengesi

Aynı noktada kesişen iki veya daha fazla sayıdaki kuvvetin etkilediği bir sistem dengede ise bileşke kuvvet **0**'dır.

Denge Koşulu: Bir maddesel noktayı etkileyen bütün kuvvetlerin bileşkesi **0** ise maddesel nokta dengededir. Herhangi bir parça, başlangıçta hareketsizken hâlen durağan hâlde bulunuyorsa veya başlangıçta hareketli iken hâlen sabit hıza sahipse dengededir

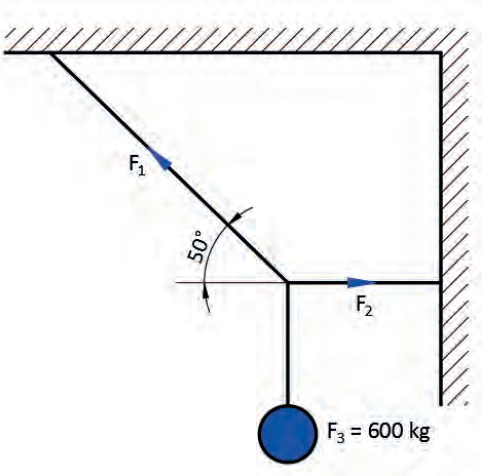
X-Y düzleminde bulunan kuvvetlerin dengede olması için vektörel toplamın **0** olması gerekir.

$\sum F_y = 0$ denkleminde **X** eksenini etkileyen kuvvetler toplanır.

$\sum F_x = 0$ denkleminde **Y** eksenini etkileyen kuvvetler toplanır.

ÖRNEK

Görsel 1.71'de verilen askı sistemi dengededir. Buna göre iplerde meydana gelen F_1 ve F_2 gerilme kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.71: Askı sistemi

ÇÖZÜM

$\sum F_Y = 0$ için

$\sum F_Y = F_1 . \sin 50° - F_3 = 0$

$\sum F_Y = F_1 . 0{,}766 - 600 = 0$

$F_1 . 0{,}766 = 600$

$F_1 = 600 / 0{,}766 = 783{,}28$ kg

$\sum F_X = 0$ için

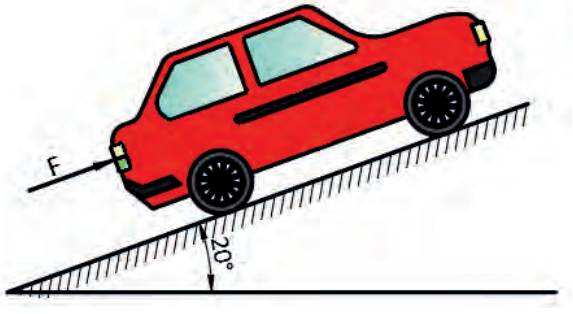
$\sum F_X = -F_1 . \cos 50° + F_2 = 0$

$\sum F_X = 783{,}28 . 0{,}642 + F_2 = 0$

$F_2 = 503{,}48$ kg

ÖRNEK

Görsel 1.72'deki sürtünmesiz eğik düzlemde duran ve toplam ağırlığı 1,5 ton olan otomobili hareket ettirmek için gerekli olan kuvveti bulunuz.



Görsel 1.72: Otomobil

ÇÖZÜM

1 ton = 1000 kg

1,5 ton = 1500 kg

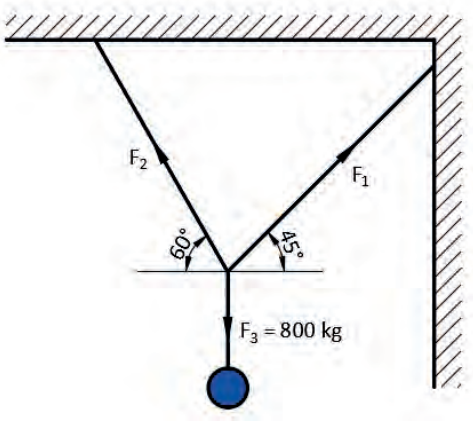
$F = m . g . \sin 20°$

$F = 1500 . 9{,}81 . 0{,}342$

F = 5032,82 N

ÖRNEK

Görsel 1.73'te verilen askı sistemi dengededir. Buna göre iplerde meydana gelen F_1 ve F_2 gerilme kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.73: Askı sistemi

ÇÖZÜM

$\sum F_X = 0$ $\sum F_Y = 0$

$\sum F_X = 0$ için

$\sum F_X = F_1 . \cos45° - F_2 . \cos60° = 0$
$\sum F_X = F_1 . 0,707 - F_2 . 0,5 = 0$
$F_1 . 0,707 - F_2 . 0,5 = 0$
$F_1 . 0,707 = F_2 . 0,5$ eşitliği bulunur.

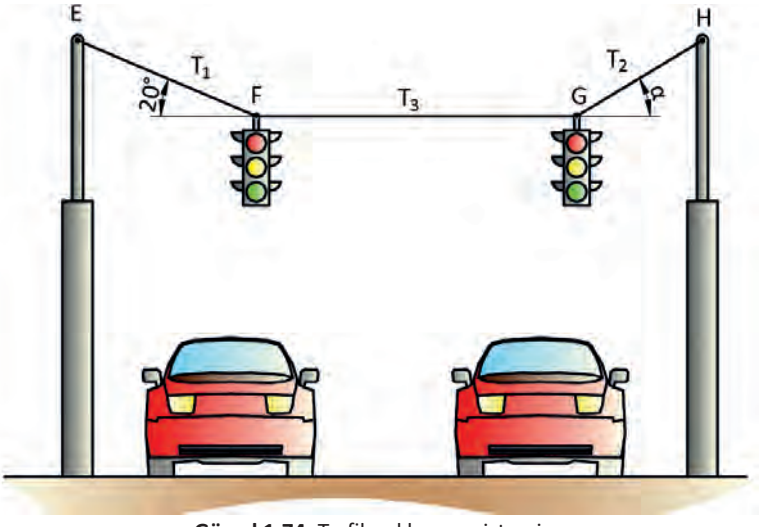
$\sum F_Y = 0$ için

$\sum F_Y = F_1 . \sin45° + F_2 . \sin60° - F_3 = 0$
$\sum F_Y = F_1 . 0,707 + F_2 . 0,866 - 800 = 0$ denkleminde
$F_1 . 0,707$ yerine $F_2 . 0,5$ koyulursa
$\sum F_Y = F_2 . 0,5 + F_2 . 0,866 - 800 = 0$
$1,366 . F_2 = 800 = 0$
$F_2 = 585,651$ kg bulunur.

F_2 değeri $F_1 . 0,707 - F_2 . 0,5 = 0$ denkleminde yerine koyulursa
$F_1 . 0,707 = 585,651 . 0,5$
$F_1 . 0,707 = 292,82$
$F_1 = 292,82/0,707$
$F_1 = 414,18$ kg bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.74'teki trafik ışıklarının sistemi dengede olup F lambasının ağırlığı 20 kg, G lambasının ağırlığı ise 25 kg'dır. Buna göre EF, FG ve GH kablolarındaki gerilmeleri ve α açısını bulunuz.



Görsel 1.74: Trafik ışıklarının sistemi

ÇÖZÜM

F = 20 kg
1 kg ≈ 10 N ise 20 kg = 200 N
G = 25 kg
1 kg ≈ 10 N ise 25 kg = 250 N

F noktası için

$\sum F_Y = 0$
$\sum F_Y = T_1 . \sin 20° - F = 0$
$\sum F_Y = T_1 . 0{,}342 - 200 = 0$
$T_1 . 0{,}342 - 200 = 0$
$T_1 . 0{,}342 = 200$
$T_1 = 200 / 0{,}342$
$T_1 = 584{,}76$ N

$\sum F_X = 0$
$\sum F_X = T_1 . \cos 20° - T_3 = 0$
$\sum F_X = T_1 . \cos 20° - T_3 = 0$
$584{,}76 . 0{,}939 - T_3 = 0$
$T_3 = 549{,}49$ N

G noktası için

$\sum F_X = 0$
$\sum F_X = T_2 . \cos\alpha - T_3 = 0$
$\sum F_X = T_2 . \cos\alpha - 549{,}49 = 0$
$T_2 . \cos\alpha - 549{,}49 = 0$
$T_2 . \cos\alpha = 549{,}49$

$\sum F_Y = 0$
$\sum F_Y = T_2 . \sin\alpha - G$
$\sum F_Y = T_2 . \sin\alpha - 250 = 0$
$T_2 . \sin\alpha - 250 = 0$
$T_2 . \sin\alpha = 250$

İki denklem alt alta bölünürse
$T_2 . \sin\alpha = 250 = \sum F_Y$
$T_2 . \cos\alpha = 549{,}49 = \sum F_X$
$\sin\alpha / \cos\alpha = 250 / 549{,}49 = 0{,}454 = \tan\alpha$
$\tan^{-1}\alpha = 24{,}41° \approx 25°$ bulunur.

$T_2 . \sin\alpha = 250$
$T_2 . \sin 25° = 250$
$T_2 . 0{,}422 = 250$
$T_2 = 250 / 0{,}422$
$T_2 = 592{,}41$ N

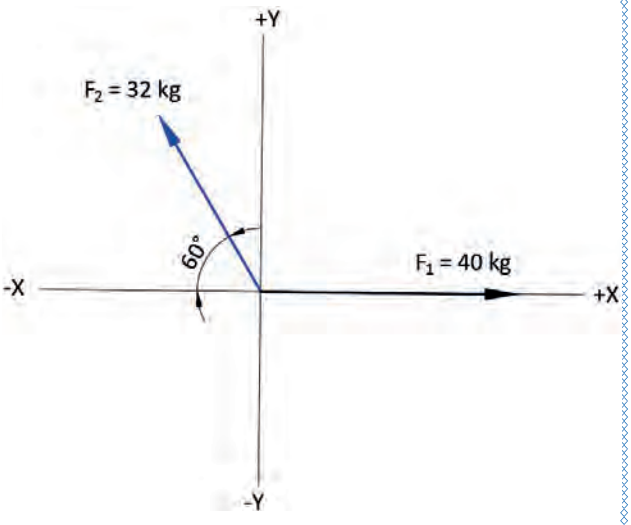
12. SIRA SİZDE

Görsel 1.75'teki kuvvetler sistemi, F_1 ve F_2 kuvvetlerinin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen bileşke kuvvetin yönünü, şiddetini ve X ekseniyle yaptığı açıyı;

a) Bileşenlere ayırma metoduyla,

b) Paralelkenar metoduyla,

c) Kuvvetler üçgeni metoduyla bulunuz.



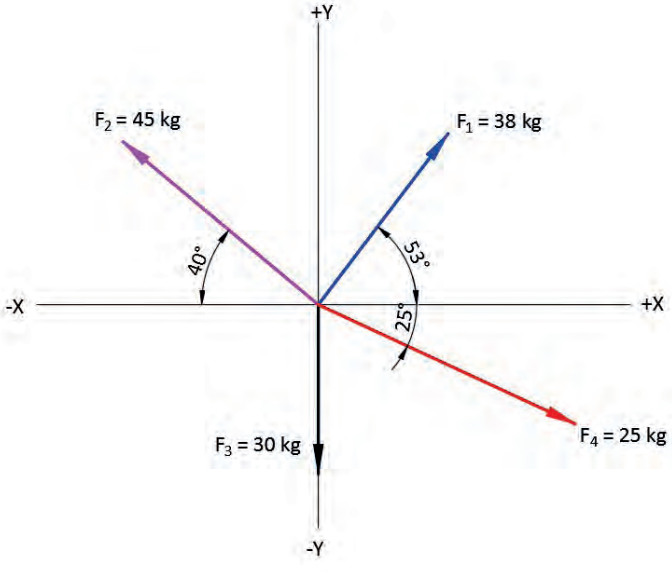
Görsel 1.75: Kuvvetler sistemi

13. SIRA SİZDE

Görsel 1.76'daki kuvvetler sistemi F_1, F_2 ve F_3 kuvvetlerinin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen bileşke kuvvetin yönünü, şiddetini ve X ekseniyle yaptığı açıyı;

a) Bileşenlere ayırma metoduyla,

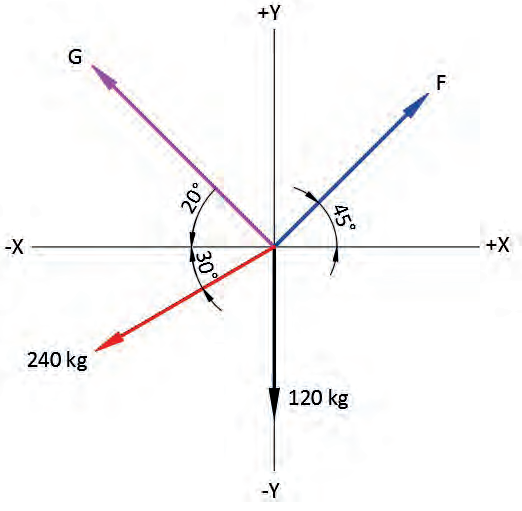
b) Kuvvetler çokgeni metoduyla bulunuz.



Görsel 1.76: Kuvvetler sistemi

14. SIRA SİZDE

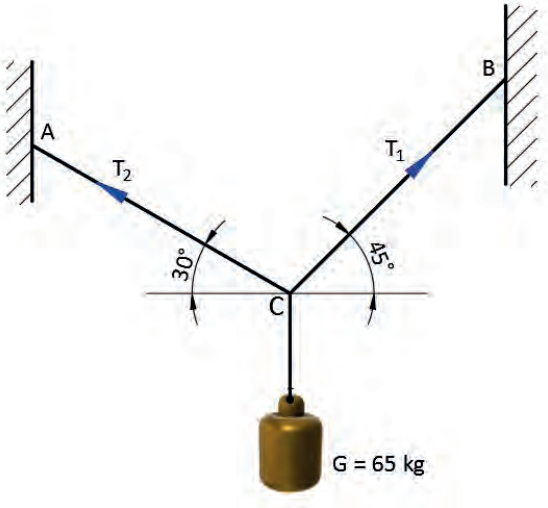
Görsel 1.77'deki kuvvetler sistemi, kuvvetlerin etkisinde ve dengededir. Sistemi etkileyen F ve G kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.77: Kuvvetler sistemi

15. SIRA SİZDE

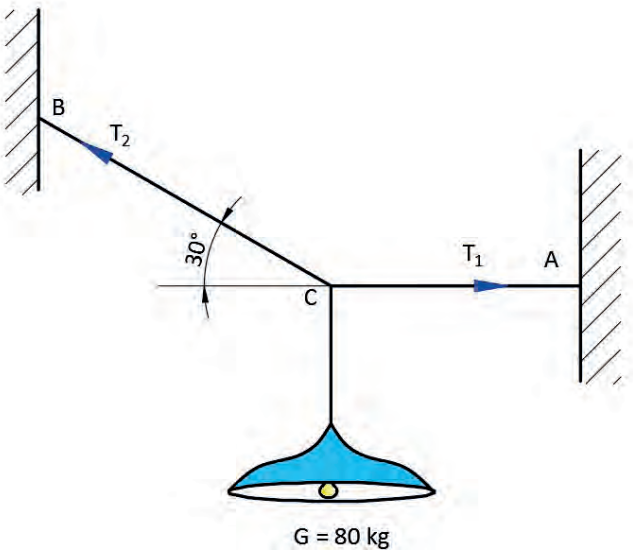
Görsel 1.78'de verilen askı sistemindeki gram, A ve B duvarlarına iplerle bağlanmıştır. Gramın ağırlığı 65 kg'dır. Sistem dengede olduğuna göre iplerde oluşan T_1 ve T_2 gerilmelerini bulunuz.



Görsel 1.78: Askı sistemi

16. SIRA SİZDE

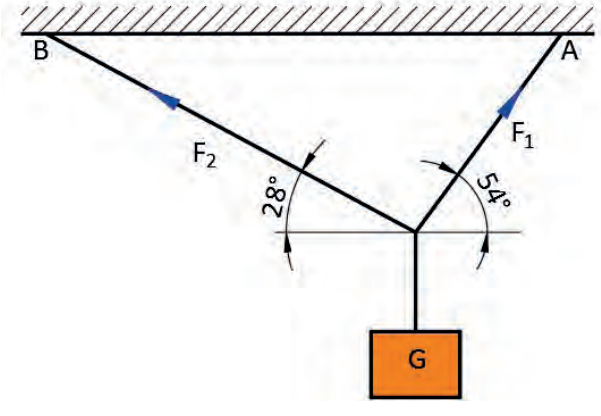
Görsel 1.79'da görüldüğü gibi 80 kg'lık lamba, duvarlardaki A ve B noktalarına ipler yardımıyla asılmıştır. Sistem dengede olduğuna göre iplerde oluşan T_1 ve T_2 gerilmelerini bulunuz.



Görsel 1.79: Lamba

17. SIRA SİZDE

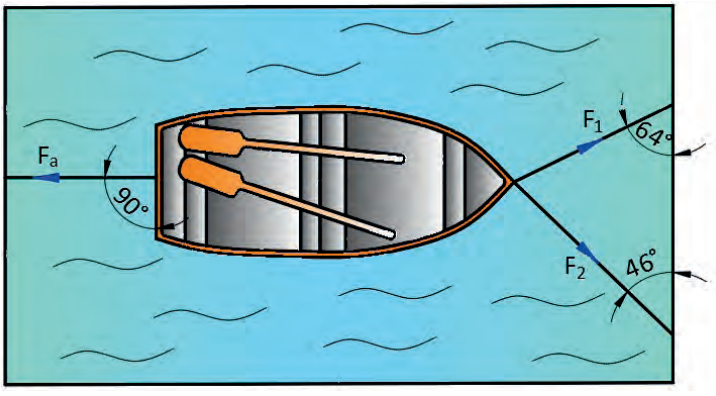
Görsel 1.80'de görüldüğü gibi 282 kg'lık yük tavandaki A ve B noktalarına ipler yardımıyla asılmıştır. Sistem dengede olduğuna göre iplerde oluşan F_1 ve F_2 kuvvetlerini bulunuz.



Görsel 1.80: Askı sistemi

18. SIRA SİZDE

Görsel 1.81'deki kayık F_1, F_2 ve F_a kuvvetlerinin etkisinde ve dengededir. F_a (akıntı) kuvveti 20 N olduğuna göre F_1 ve F_2 kuvvetlerini bulunuz.



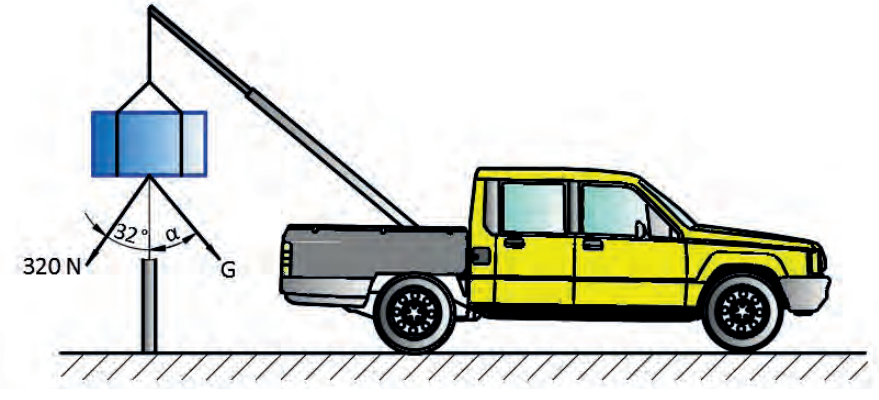
Görsel 1.81: Kayık

19. SIRA SİZDE

Görsel 1.82'de verilen reklam levhası aşağı doğru indirilirken reklam levhasının sallanmasını önlemek için A noktasından iki halat ile desteklenmiştir. G değeri 400 N ise

a) A noktasını etkileyen kuvvetin bileşkesinin dik olması için α açısını bulunuz.

b) Bileşke kuvveti bulunuz.



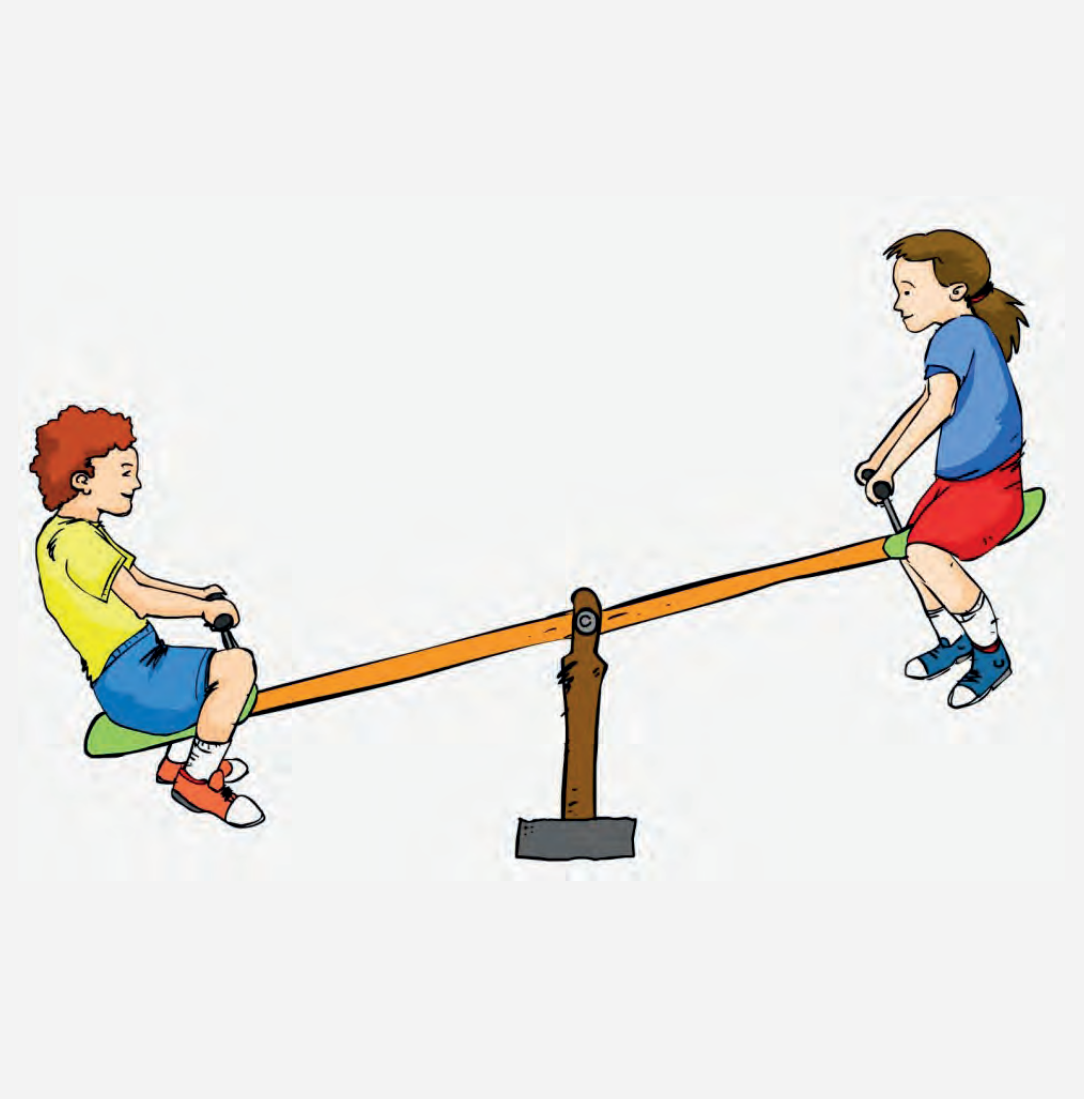
Görsel 1.82: Reklam panosu

1.4. MOMENT VE MESNET HESAPLARI

1.4.1. Momentin Tanımı

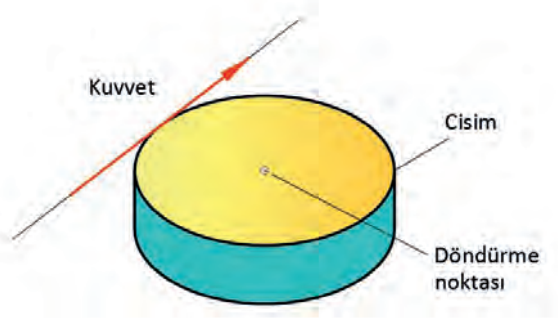
Bir cisme uygulanan kuvvetin döndürme etkisine **moment** denir. Başka bir deyişle moment, bir kuvvetin bir eksen etrafında oluşturduğu dönme ya da dönmeye zorlama etkisidir. Momente farklı kaynaklarda **tork** da denir. Günlük hayatta; bir parçayı vidalarken, kavanozun ve kitabın kapağını, lavabo musluğunu, pencereyi ve kapıyı açarken vb. birçok yerde moment örneklerine rastlanır. Moment, kuvvetin kuvvet koluyla çarpılması sonucu bulunan vektörel bir büyüklüktür.

Görsel 1.83'te verilen tahterevalli örneği, moment konusunun daha iyi kavranması için basit ve anlaşılır bir örnektir. Moment, kuvvet ve kuvvet koluna bağlı bir büyüklüktür. Tahterevallinin kuvvet kolu, her iki çocuk için eşit olmasına rağmen çocukların ağırlıkları birbirlerinden farklıdır. Bu durum tahterevalliye uyguladıkları kuvvetin denge durumunu değiştirmiştir.

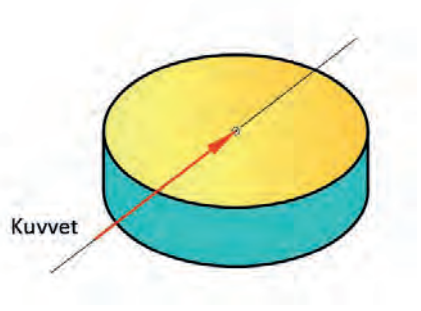


Görsel 1.83: Tahterevalli

Momentin oluşabilmesi için cisme etkileyen kuvvetin doğrultusu, döndürme noktasının dışından geçmelidir. Kuvvetin doğrultusu döndürme noktasından geçerse moment oluşmaz (Görsel 1.84:a ve b).



Görsel 1.84: a) Momentin oluşma durumu



b) Momentin oluşmama durumu

Görsel 1.86'daki kapıya farklı noktalardan kuvvet uygulanarak kapı kapatılmaya çalışılmıştır. Kapıya bütün noktalardan eşit kuvvet uygulandığında en kolay **D** noktasından kapandığı gözlemlenmiştir. Oluşan momentler büyükten küçüğe doğru sıralanır ve **D > C > B > A** şeklinde bir sıralama oluşur. Moment formülünün ispatı da **M = F . L** şeklinde olur. Bu formül şu şekilde ifade edilir:

M = Moment

F = Kuvvet

L = Kuvvet kolu

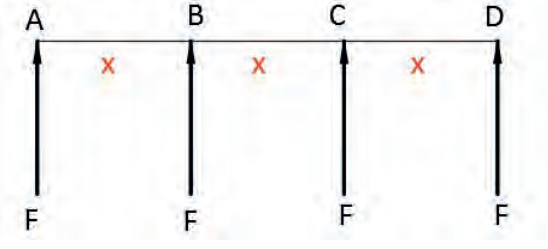
D, C ve **B** noktaları için menteşelerin bulunduğu döndürme noktası olan **A** noktasına göre moment alınırsa (Görsel 1.85)

$\mathbf{M_D} = F \cdot 3 \cdot X = 3 \cdot F_X$

$\mathbf{M_C} = F \cdot 2 \cdot X = 2 \cdot F_X$

$\mathbf{M_B} = F \cdot X = 1 \cdot F_X$

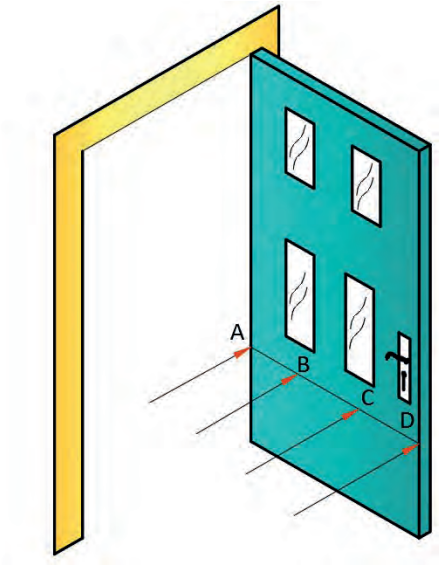
$\mathbf{M_A} = F \cdot 0 = 0$ olur.



Görsel 1.85: Kapı kolunun serbest cisim diyagramı

Formülle bulunan değerlere göre en büyük döndürme etkisi, kuvvet kolunun en büyük olduğu **D** noktasında oluşur. Oluşan momentler büyükten küçüğe doğru sıralanır ve $\mathbf{M_D > M_C > M_B > M_A}$ şeklinde bir sıralama oluşur. **A** noktası döndürme noktası olduğu için **A** noktasında moment oluşmaz. **A** noktasının momenti **0**'dır.

Sonuç olarak kapıya uygulanan kuvvet; dönme ekseninden (**A** noktasından) uzaklaştıkça kapının dönme hareketinin kolaylaştığı, dönme eksenine (**A** noktasına) yaklaştıkça kapının dönme hareketinin zorlaştığı tespit edilmiştir. Menteşeler **A** noktasında olduğu için **A** noktasına ne kadar kuvvet uygulanırsa uygulansın kapının dönme hareketi yapmadığı tespit edilmiştir. Kapı kollarının ve menteşelerinin olabildiğince uzak kenarlara monte edilmesinin sebebi, kapıyı açmak için uygulanması gereken kuvveti azaltmaktır (Görsel 1.86).



Görsel 1.86: Kapı

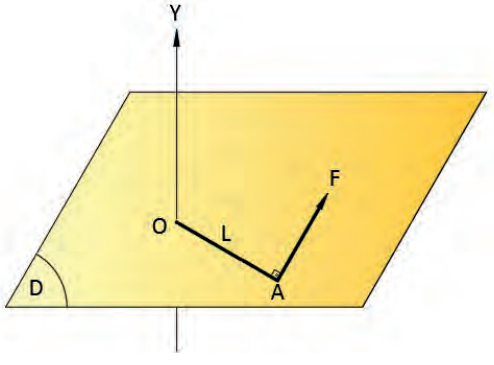
1.4.2. Noktaya Göre Moment Alma

F kuvvetinin momenti için seçilen nokta (**O**), **Y** ekseninin kuvvet düzlemini deldiği noktadır. Bu noktadan (**O**) kuvvet doğrultusuna inilen dikmenin uzunluğu (**L**) kuvvet koludur (Görsel 1.87). Noktaya ve eksene göre moment alınırsa $\mathbf{M_o = F \cdot L}$ formülü bulunur. Bu formül de şu şekilde ifade edilir:

$\mathbf{M_o}$ = O noktasına göre moment

F = Kuvvet

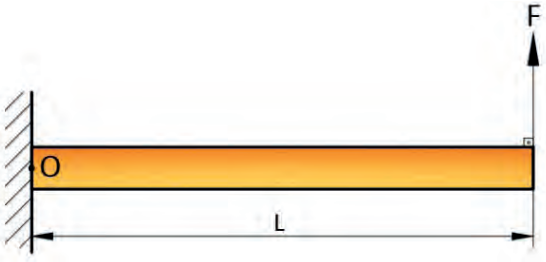
L = Kuvvet kolu



Görsel 1.87: O noktasının momenti

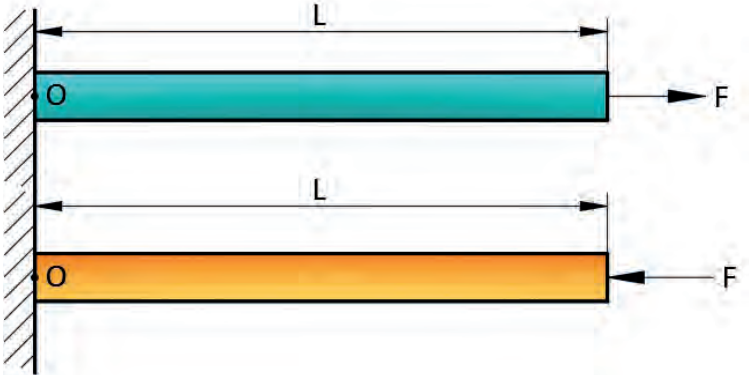
Moment beş farklı şekilde karşımıza çıkabilir:

1. **Sistemi tek bir kuvvet etkiliyorsa moment,** kuvvet çarpı kuvvet kolu kadardır **(M = F . L)** (Görsel 1.88).



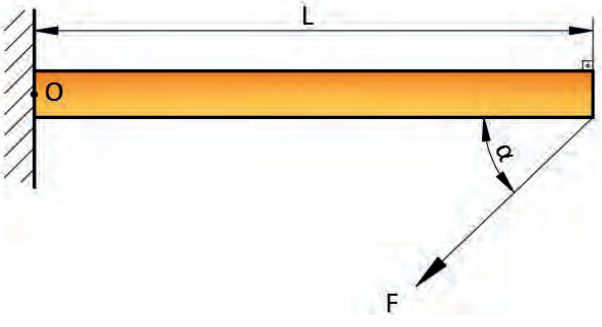
Görsel 1.88: Tek kuvvet etkisindeki moment

2. **Sistemi etkileyen kuvvetlerin uzantısı, dönme noktasından geçiyorsa** uzantısı dönme noktasından geçen kuvvetler döndürme etkisi yapamadıkları için moment oluşturmaz. Bu durumda dönme etkisi oluşmadığı için sistemin momenti 0 olur (Görsel 1.89).



Görsel 1.89: Uzantısı dönme noktasından geçen kuvvetler

3. **Sistemi etkileyen kuvvet, sistemle α açısı yapıyorsa** bu durumda **F** kuvveti bileşenlerine ayrılır. **F** kuvvetinin **X** bileşeninin uzantısı dönme noktasından geçtiği için moment oluşturmaz. **Y** bileşeni moment oluşturur **(M = F . sinα . L)** (Görsel 1.90).



Görsel 1.90: Sistemle açı yapan kuvvetler

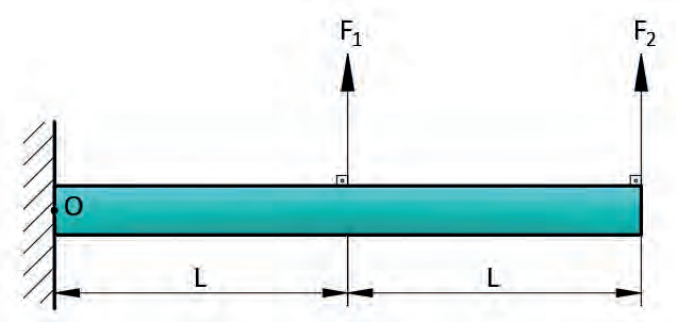
4. **Sistemi etkileyen aynı yönlü birden fazla kuvvet varsa** kuvvetlerin momentleri toplanır. Momentler toplanırken dönme yönüne dikkat edilir. Saat yönü eksi **(-)**, saat yönünün tersi artı **(+)** olacak şekilde sağ el kuralı dikkate alınarak dönme yönü belirlenir (Görsel 1.91).

$M_1 = F_1 . L$

$M_2 = F_2 . 2L = 4 . F_2 . L$

$\sum M_0 = M_1 + M_2$

$\sum M_0 = F_1 . L + 4 . F_2 . L$



Görsel 1.91: Sistemi etkileyen aynı yönlü kuvvetler

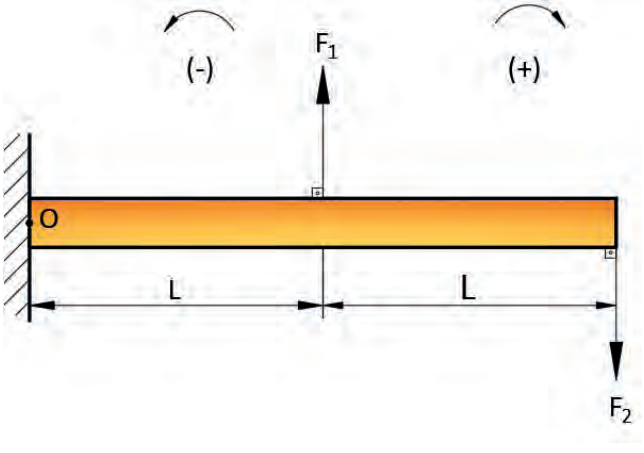
5. **Sistemi etkileyen zıt yönlü birden fazla kuvvet varsa** öncelikle kuvvetlerin yönleri belirlenir. Saat yönü eksi **(-)**, saaat yönünün tersi artı **(+)** seçilir. Bundan sonraki işlemlerde seçilen yönlere dikkat edilerek işlem yapılır (Görsel 1.92).

$M_1 = - F_1 . L = - 1 . F_1 . L$

$M_2 = F_2 . 2L = 4 . F_2 . L$

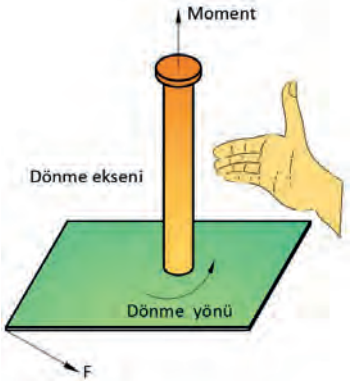
$\sum M_O = - M_1 + M_2$

$\sum M_O = - 1 . F_1 . L + 4 . F_2 . L$



Görsel 1.92: Sistemi etkileyen zıt yönlü kuvvetler

Görsel 1.93'te verilen cisim, saat yönünün tersi doğrultusunda **F** kuvveti ile dönmeye zorlanmaktadır. Sağ el görseldeki konuma getirildiğinde parmaklar döndürme yönünü, baş parmak da momentin yönünü gösterir. Verilen sistemde cismin üzerindeki kapak yukarıya doğru açılır (Görsel 1.93).



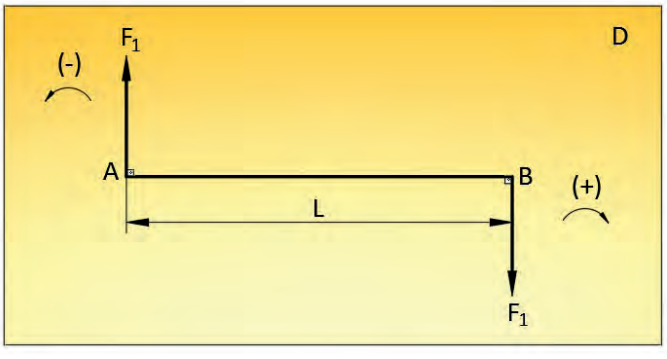
Görsel 1.93: Sağ el kuralı

1.4.3. Kuvvet Çifti

Aynı şiddette, birbirine paralel veya zıt yönlü iki kuvvetten meydana gelen sisteme **kuvvet çifti** denir (Görsel 1.94).

L = Kuvvet çifti kolu

D = Kuvvet çifti düzlemi



Görsel 1.94: Kuvvet çifti

Kuvvet Çiftinin Özellikleri

Bir kuvvet çifti; elemanları ve değerleri sabit olmak üzere başka bir kuvvet çifti ile değiştirilebilir, kendi düzlemi üzerinde başka bir yere kaydırılabilir ve bulunduğu düzleme paralel başka düzleme doğru hareket ettirilebilir.

Moment, vektörel bir değer olduğu için kuvvet çiftini moment vektörleri ile göstermek çözümlerde önemli kolaylık sağlar. Kılavuzla vida çekme işleminde, buji kolunun iki ucuna uygulanan kuvvetler kuvvet çiftine örnek olarak verilebilir. Burada kılavuzun dönüş yönü moment vektörünün dönüş yönüdür.

ÖRNEK

Görsel 1.95'teki kasnağı döndüren 80 N şiddetindeki kuvvet çiftinin meydana getirdiği momenti bulunuz.

ÇÖZÜM

I. yol

D = 350 mm = 0,35 m

$M_d = F . D$

$M_d = 80 . 0,35$

$M_d = 28$ Nm

II. yol

$\sum M = 0$

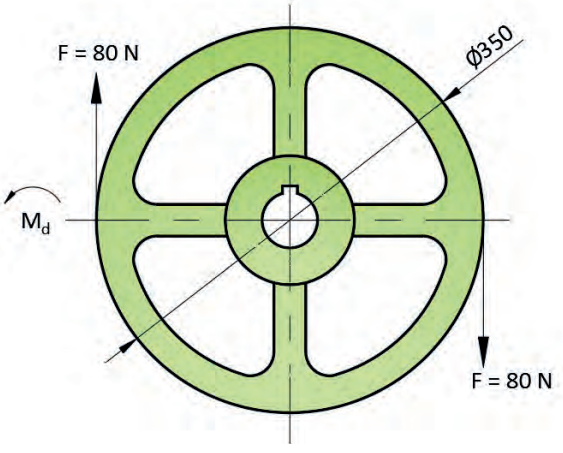
$-M_d + F . (D / 2) - F . (D / 2) = 0$

$-M_d + F . (0,35 / 2) + F . (0,35 / 2)$

$-M_d + 80 . 0,175 + 80 . 0,175 = 0$

$-M_d + 14 + 14 = 0$

Md = 28 Nm



Görsel 1.95: Kasnak

ÖRNEK

Görsel 1.96'daki mafsallı sistemde, homojen ve türdeş çubuk 50 N'lık G yükü ile dengede olduğuna göre F_1 kuvvetini bulunuz. (Ölçüler mm olarak verilmiş ve çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)

ÇÖZÜM

Sistem dengede ise toplam moment 0'dır. A noktasına göre moment alınırsa F kuvvetinin yönü (+), G kuvvetinin yönü ise (-) olarak belirlenir.

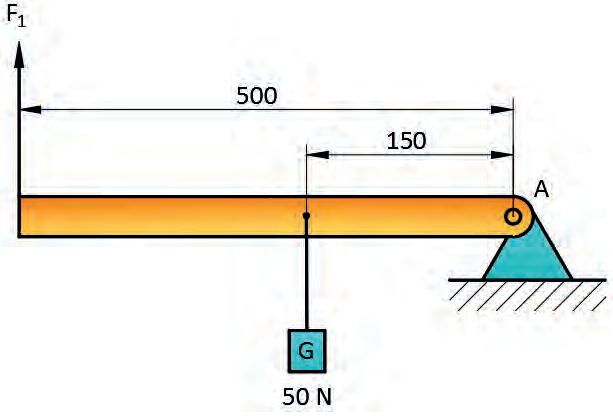
$\sum M_A = 0$

$F_1 . 500 - 50 . 150 = 0$

$F_1 . 500 - 7500 = 0$

$F_1 . 500 = 7500$

$F_1 = 15$ N



Görsel 1.96: Mafsallı sistem

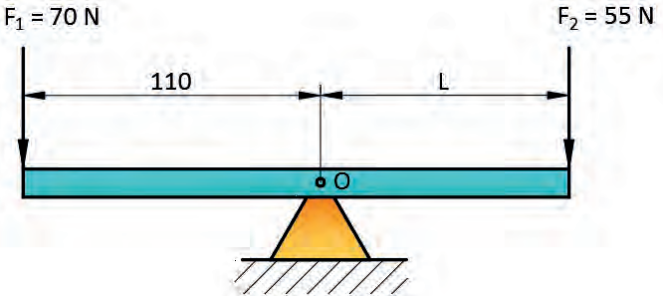
ÖRNEK

Görsel 1.97'de verilen mafsallı sistemde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre L uzunluğunu hesaplayınız. (Ölçüler mm olarak verilmiş ve çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)

ÇÖZÜM

Sistem dengede ise toplam moment 0'dır.
O noktasına göre moment alınırsa F_1 kuvvetinin yönü (-), F_2 kuvvetinin yönü ise (+) olarak belirlenir.

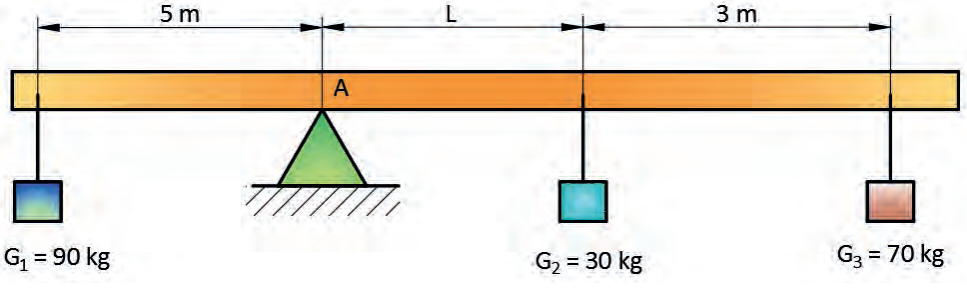
$\sum M_O = 0$
$- F_1 . 110 + F_2 . L = 0$
$- 70 . 110 + 55 . L = 0$
$- 70 . 110 = - 55 . L$
$7700 = 55 . L$
L = 140 mm



Görsel 1.97: Mafsallı sistem

ÖRNEK

Görsel 1.98'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuğun dengede olması için G_2 yükünün mesnete olan uzaklığı (L) kaç m olmalıdır? (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.98: Taşıyıcı kiriş sistemi

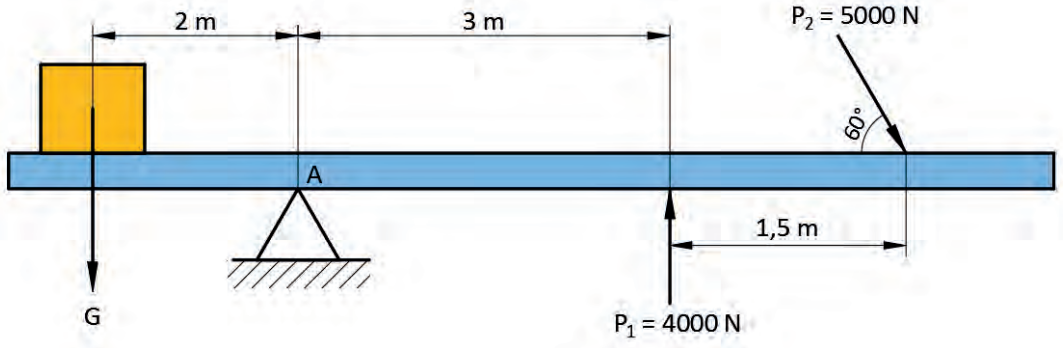
ÇÖZÜM

Sistem dengede ise toplam moment 0'dır. A noktasına göre moment alınırsa diğer kuvvetlerin yönleri G_1 (-), G_2 (+) ve G_3 (+) olarak belirlenir.

$\sum M_A = 0$
$-G_1 . 5 + G_2 . L + G_3 . (L+3) = 0$
$-90 . 5 + 30 . L + 70 . (L + 3) = 0$
$-450 + 30 . L + 70 . L + 210 = 0$
$100 . L - 240 = 0$
$100 . L = 240$
L = 2,4 m

ÖRNEK

Görsel 1.99'da verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre G yükünün ağırlığını N cinsinden bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.99: Taşıyıcı kiriş sistemi

ÇÖZÜM

Sistem dengede ise toplam moment 0'dır. A noktasına göre moment alınırsa diğer kuvvetlerin yönleri G (-), P_1 (-) ve P_2 (+) olarak belirlenir.

$\sum M_A = 0$

$-G \cdot 2 - P_1 \cdot 3 + \mathbf{P_2} \cdot \sin 60° \cdot 4{,}5 = 0$

$-2G - 4000 \cdot 3 + 5000 \cdot 0{,}866 \cdot 4{,}5 = 0$

$-2G - 12000 + 19485{,}57 = 0$

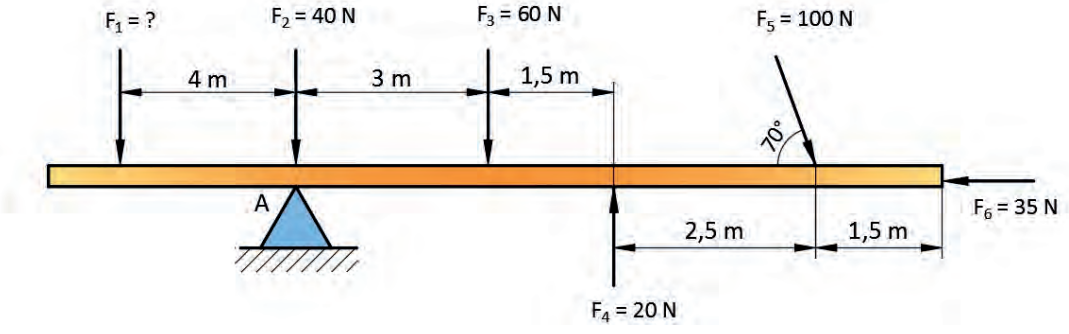
$-2G - 7485{,}57 = 0$

$2G = 7485{,}57$

G = 3742,78 N

ÖRNEK

Görsel 1.100'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, türdeş ve homojen çubuk dengede olduğuna göre F_1 yükü kaç N'dır? (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.100: Taşıyıcı kiriş sistemi

ÇÖZÜM

Sistem dengede ise toplam moment 0'dır. F_2 ve F_6 kuvvetleri döndürme noktasından geçtikleri için bu kuvvetlerin döndürme etkisi yoktur, yani momentleri 0'dır. F_5 kuvvetinin X bileşeni döndürme noktasından geçtiği için onun da momenti 0'dır. Sadece Y bileşeni moment oluşturur. Diğer kuvvetlerin yönleri F_1 (-), F_3 (+), F_4 (-), F_5 (+) olarak belirlenir.

$\sum M_A = 0$

$-F_1 . 4 + 0 + F_3 . 3 - F_4 . 4{,}5 + F_5 . \sin 70° . 7 + 0 = 0$

$-4 . F_1 + 60 . 3 - 20 . 4{,}5 + 100 . 7 . 0{,}939 = 0$

$-4 . F_1 + 180 - 90 + 657{,}78 = 0$

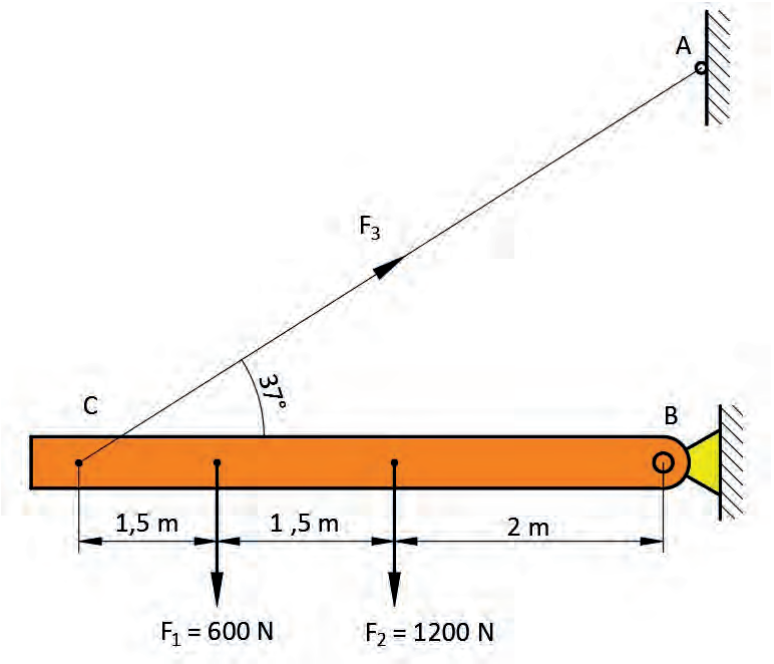
$-4 . F_1 + 747{,}78 = 0$

$4 . F_1 = 747{,}78$

$F_1 = 186{,}94$ N

ÖRNEK

Görsel 1.101'de verilen askı sistemine, şekil değiştirmeyen ve ağırlıksız CB çubuğu görseldeki gibi yüklenmiştir. Sistem dengede olduğuna göre AC ipini geren kuvveti bulunuz.



Görsel 1.101: Askı sistemi

ÇÖZÜM

Kuvvetlerin yönleri F_1 (-), F_2 (-) ve F_3 (+) olarak belirlenir.

$\sum M_B = 0$

$-F_1 . 3,5 - F_2 . 2 + F_3 . \sin 37° . 5 = 0$

$-600 . 3,5 - 1200 . 2 + F_3 . 5 . 0,601$

$-2100 - 2400 + F_3 . 3,009 = 0$

$-4500 + F_3 . 3,009 = 0$

$4500 = F_3 . 3,009$

F_3 = 1495,51 N

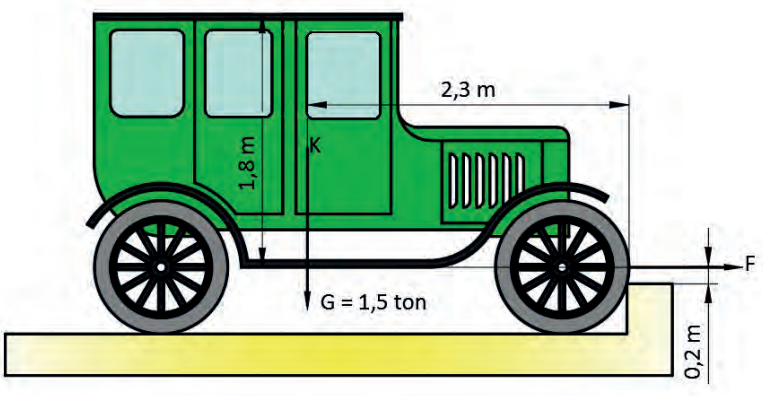
ÖRNEK

Görsel 1.102'de verilen ağırlık merkezi K noktası olan G ağırlıklı bir arabayı, basamağa çıkarmak için uygulanması gereken en küçük kuvvet kaç N'dır?

ÇÖZÜM

1 ton = 1000 kg
1,5 ton = 1500 kg

F . 0,2 = G . 2,3
F . 0,2 = 1500 . 2,3
F . 0,2 = 3450
F = 1725 kg = 17250 N



Görsel 1.102: Araba

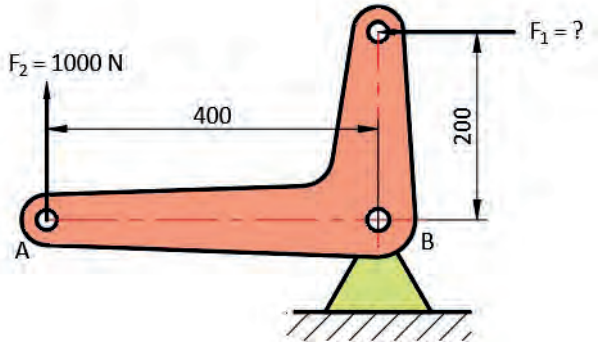
ÖRNEK

Görsel 1.103'te verilen homojen ve türdeş mafsallı kolda, F_2 kuvvetini dengeleyen F_1 kuvvetini bulunuz. (Mafsallı kolun ağırlığı ihmal edilmiştir.)

ÇÖZÜM

400 mm = 0,4 m
200 mm = 0,2 m

$\sum M_B = 0$
$F_2 . 0,4 - F_1 . 0,2 = 0$
$1000 . 0,4 = F_1 . 0,2$
$400 = F_1 . 0,2$
F_1 = 2000 N



Görsel 1.103: Mafsallı kol

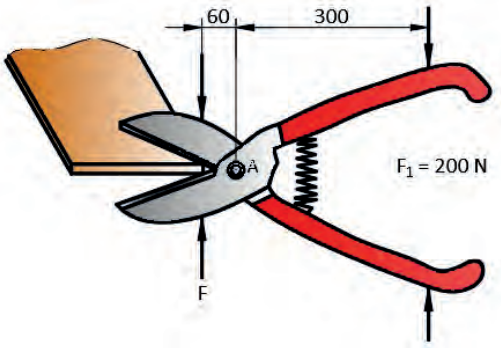
ÖRNEK

Görsel 1.104'te verilen sac makası 200 N'lık kuvvetle sıkılmaktadır. Sac makasıyla sacın kesilebilmesi için gerekli olan F_1 kuvvetini bulunuz.

ÇÖZÜM

60 mm = 0,06 m
300 mm = 0,3 m

$\sum M_A = 0$
$-F_1 . 0,3 + F . 0,06 = 0$
$-200 . 0,2 + F . 0,06 = 0$
$-40 + 0,06 . F = 0$
$40 = 0,06 . F$
F = 666,6 N



Görsel 1.104: Sac makası

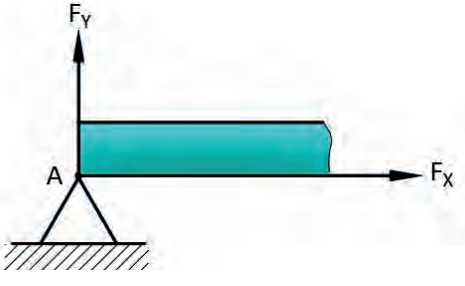
1.4.4. Mesnetler ve Mesnet Tepkileri

Mesnedin kelime anlamı dayanaktır. Yatay konumda yük taşıyan elemanlara **kiriş**, kirişleri taşıyan sistemlere de **mesnet** denir. Bir elemanın düşey ve yatay doğrultuda hareket etmesini ve dönmesini engelleyen, işlevine göre birçok çeşidi bulunan elemanlara **mesnet** denir. Bu elemanlar yerine göre bir kiriş veya makine parçası olabilir. Tanımdan da anlaşılabileceği üzere mesnetler, bağlı oldukları yapılara destek olur.

Mesnet, verilen bir yön için cismin ötelenmesini engelleyebilir. Bu durumda cisim üzerinde ters yönde bir mesnet kuvveti oluşur. Bu duruma benzer olarak eğer mesnet dönmeyi engelliyorsa cismin üzerinde ters yönde bir mesnet momenti oluşturur. Mesnetlerin kullanıldıkları yere göre farklı çeşitleri vardır.

a) Mafsallı (Sabit) Mesnet

Pimlerle sabitlenmiş bu mesnet çeşidi, yatay ve düşey hareketleri engeller. Yüklere destek oluşturur ancak dönme hareketini engellemez. Kapı ve pencerelerdeki menteşe sistemleri mafsallı mesnetlere örnek gösterilebilir (Görsel 1.105).

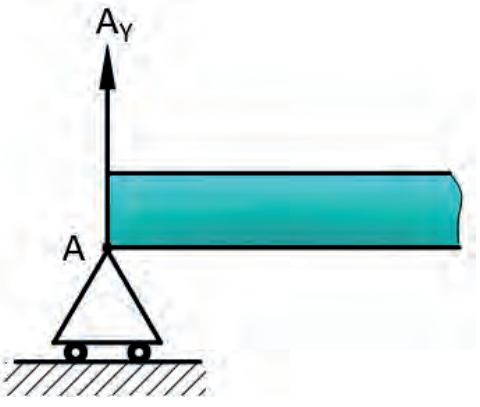


Görsel 1.105: Mafsallı mesnet

b) Hareketli (Kayar) Mesnet

Bağlı olduğu elemanın düşey doğrultuda hareket etmesini engelleyen mesnettir. Bu doğrultudaki mesnet, düşey doğrultuda hareketi engellediği için tepki kuvveti oluşturur. Hareketli mesnete bağlı olan eleman, yatay yönde serbestçe hareket edebilir ve döndürücü kuvvetlerin etkisiyle dış yönde dönebilir (Görsel 1.106).

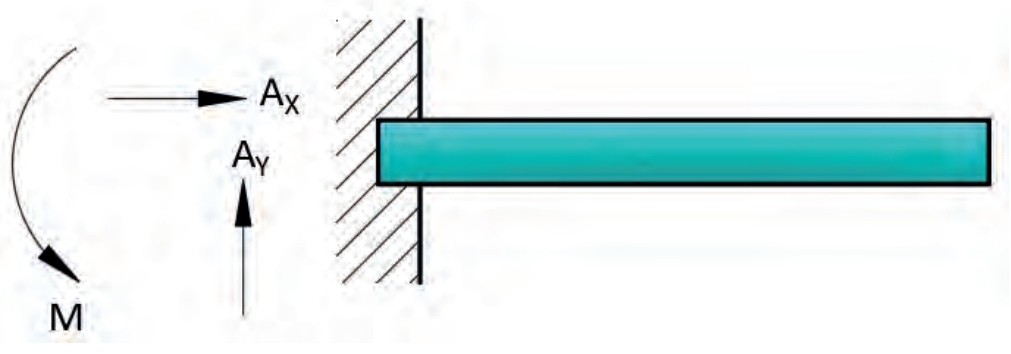
Bu mesnet çeşidinin kullanıldığı yerler çelik konstrüksiyon yapılardır. Köprülerin baş ve sonlarına bu mesnetlerden koyulur. Böylece sıcaklığın etkisiyle genleşerek uzayan çelik, rahatça hareketli mesnet üzerinde kayabilmektedir. Mesnet bu durumda sıkışmaz ve gerilmeye maruz kalmaz.



Görsel 1.106: Hareketli mesnet

c) Ankastre Mesnet

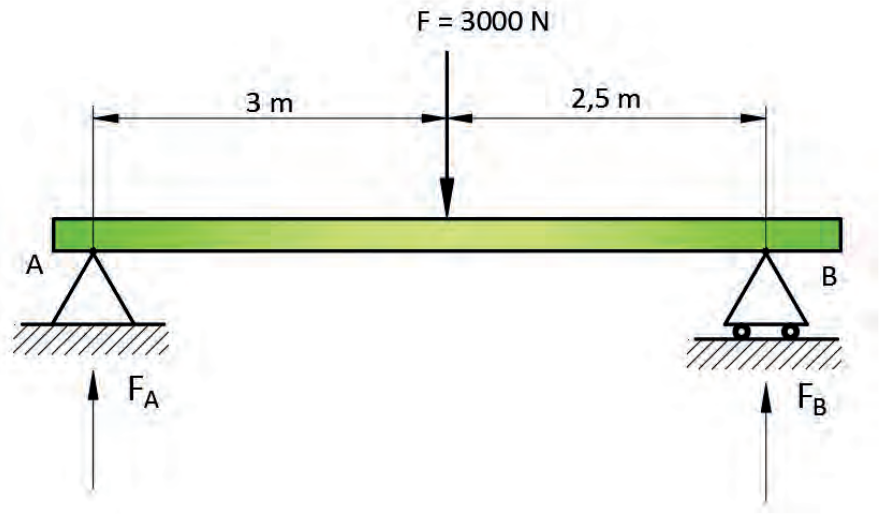
Ankastre mesnet, yatay ve dikey tüm yüklere ve momentlere karşı destek sağlayan mesnet çeşididir. Bununla birlikte ankastre mesnet, her türlü hareketi ve dönmeyi engeller (Görsel 1.107). Park, bahçe ve yollarda gördüğümüz ışıklandırmalar, trafik ışıkları ve levhalar, duvara monte edilmiş askı vb. ankastre mesnede örnek gösterilebilir.



Görsel 1.107: Ankastre mesnet

ÖRNEK

Görsel 1.108'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre A ve B noktalarında meydana gelen mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.108: Taşıyıcı kiriş sistemi

NOT: A ve B mesnetlerindeki tepkilerin yönleri rastgele verilmiştir. Çıkan sonucun (+) veya (-) olmasına göre tepki kuvvetinin yönleri değişebilir.

ÇÖZÜM

B noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için A noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_A = 0$

$F \cdot 3 - F_B \cdot 5{,}5 = 0$

$3000 \cdot 3 - F_B \cdot 5{,}5 = 0$

$9000 = F_B \cdot 5{,}5$

F_B =1636,36 N bulunur.

A noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için B noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_B = 0$

$-F \cdot 2{,}5 + F_A \cdot 5{,}5 = 0$

$-3000 \cdot 2{,}5 + F_A \cdot 5{,}5 = 0$

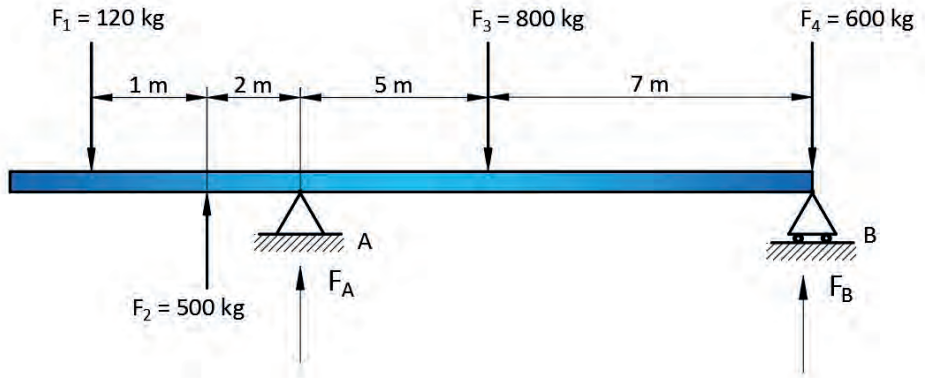
$-7500 + F_A \cdot 5{,}5 = 0$

$7500 = F_A \cdot 5{,}5$

F_A = 1363,63 N bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.109'da verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre A ve B noktalarında meydana gelen mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.109: Taşıyıcı kiriş sistemi

ÇÖZÜM

B noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için A noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_A = 0$

$-F_1 . 3 + F_2 . 2 + F_3 . 5 + F_4 . 12 - F_B . 12 = 0$

$-120 . 3 + 500 . 2 + 800 . 5 + 600 . 12 - F_B . 12 = 0$

$-360 + 1000 + 4000 + 7200 - F_B . 12 = 0$

$-360 + 12200 - F_B . 12 = 0$

$11840 - F_B . 12 = 0$

$11840 = F_B . 12$

F_B= 986,66 kg bulunur.

A noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için **B** noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_B = 0$

$-F_3 . 7 + F_A . 12 + F_2 . 14 - F_1 . 15 = 0$

$-800 . 7 + F_A . 12 + 500 . 14 - 120 . 15 = 0$

$-800 . 7 + F_A . 12 + 500 . 14 - 120 . 15 = 0$

$-5600 + F_A . 12 + 7000 - 1800 = 0$

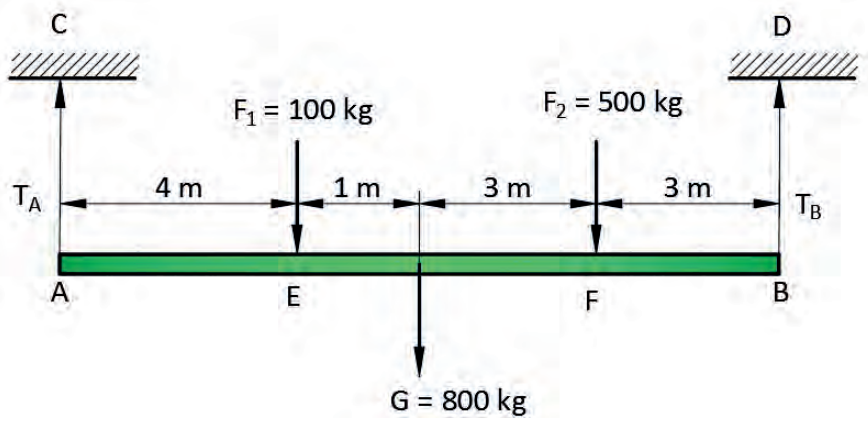
$-7400 + 7000 + F_A . 12 = 0$

$-400 + F_A . 12 = 0$

F_A = 33,33 kg bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.110'da verilen askı sisteminde, homojen ve türdeş AB çubuğu 800 kg ağırlığında ve dengededir. 11 m olan çubuğun E noktasına 100 kg, F noktasına 500 kg yüklendiğinde AC ve BD iplerindeki gerilmeleri bulunuz.



Görsel 1.110: Askı sistemi

ÇÖZÜM

B noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için A noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_A = 0$

$F_1 . 4 + G . 5 + F_2 . 8 - T_B . 11 = 0$

$100 . 4 + 800 . 5 + 500 . 8 - T_B . 11 = 0$

$400 + 4000 + 4000 - T_B . 11 = 0$

$8400 - T_B . 11 = 0$

$8400 = T_B . 11$

T_B = 763,63 kg bulunur.

A noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için B noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_B = 0$

$-F_2 . 3 - G . 6 - F_1 . 7 + T_A . 11 = 0$

$-500 . 3 - 800 . 6 - 100 . 7 + T_A . 11 = 0$

$-1500 - 4800 - 700 + T_A . 11 = 0$

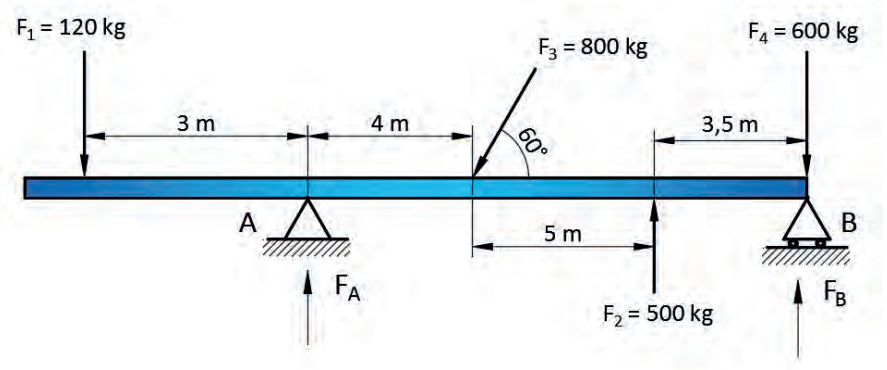
$-7000 + T_A . 11 = 0$

$7000 = T_A . 11$

T_A = 636,36 kg bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.111'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde homojen ve türdeş çubuk dengededir. A ve B noktalarında meydana gelen mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.111: Taşıyıcı kiriş sistemi

ÇÖZÜM

B noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için A noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_A = 0$

$-F_1 . 3 + F_3 . \text{Sin}60°. 4 - F_2 . 9 + F_4 . 12,5 + F_B . 12,5 = 0$

$-120. 3 + 800 . 0,866 . 4 - 500 . 9 + 600. 12,5 + F_B . 12,5 = 0$

$-360 + 2771,28 - 4500 + 7500 + F_B . 12,5 = 0$

$+10271,28 - 4860 + F_B . 12,5 = 0$

$5411,28 + F_B . 12,5 = 0$

$5411,28 = F_B . 12,5$

F_B = 432,9 kg bulunur.

A noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için B noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_B = 0$

$F_2 . 3,5 - F_3 . \sin 60°. 8,5 + F_A . 12,5 - F_1 . 15,5 = 0$

$500 . 3,5 - 800 . 0,866 . 8,5 + F_A . 12,5 - 120 . 15,5 = 0$

$1750 - 5888,97 + F_A . 12,5 - 1860 = 0$

$1750 - 7748,97 + F_A . 12,5 = 0$

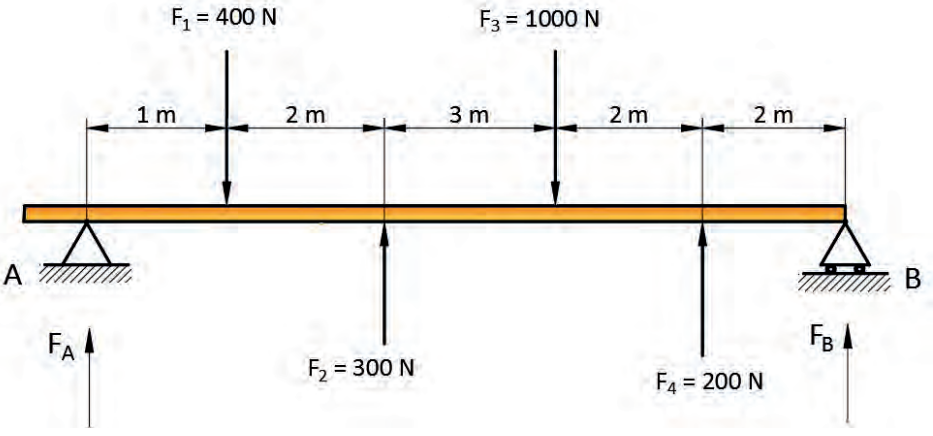
$-5998,97 + F_A . 12,5 = 0$

$5998,97 = F_A . 12,5$

F_A = 479,91 kg bulunur.

ÖRNEK

Görsel 1.112'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde homojen ve türdeş çubuk dengededir. A ve B noktalarında meydana gelen mesnet tepkilerini bulunuz.



Görsel 1.112: Taşıyıcı kiriş sistemi

ÇÖZÜM

B noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için A noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_A = 0$

$F_1 . 1 - F_2 . 3 + F_3 . 6 - F_4 . 8 - F_B . 10 = 0$

$400 . 1 - 300 . 3 + 1000 . 6 - 200 . 8 - F_B . 10 = 0$

$400 - 900 + 6000 - 1600 - F_B . 10 = 0$

$6400 - 2500 - F_B . 10 = 0$

$3900 - F_B . 10 = 0$

$3900 = F_B . 10$

F_B = 390 N bulunur.

A noktasında meydana gelen tepki kuvvetini bulmak için B noktasına göre moment alınırsa

$\sum M_B = 0$

$F_4 . 2 - F_3 . 4 + F_2 . 7 - F_1 . 9 + F_A . 10 = 0$

$200 . 2 - 1000 . 4 + 300 . 7 - 400 . 9 + F_A . 10 = 0$

$400 - 4000 + 2100 - 3600 + F_A . 10 = 0$

$2500 - 7600 + F_A . 10 = 0$

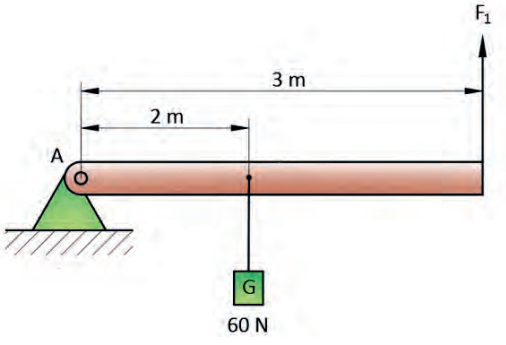
$-5100 + F_A . 10 = 0$

$-5100 = F_A . 10$

F_A = 510 N bulunur.

20. SIRA SİZDE

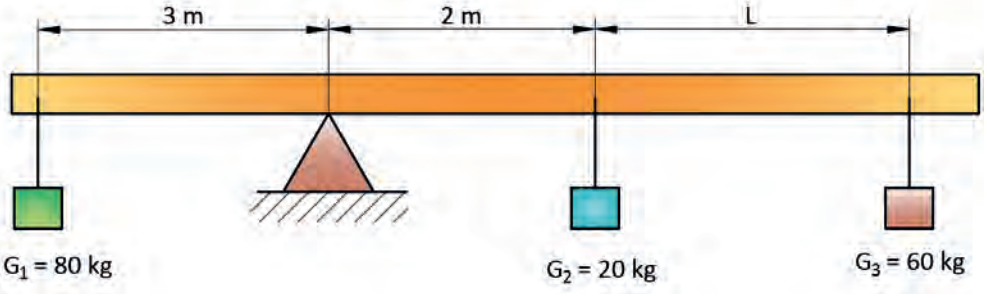
Görsel 1.113'teki mafsallı sistemde, homojen ve türdeş çubuk dengededir. Çubuğun ağırlığı ihmal edildiğine göre F_1 kuvveti kaç N'dır?



Görsel 1.113: Mafsallı sistem

21. SIRA SİZDE

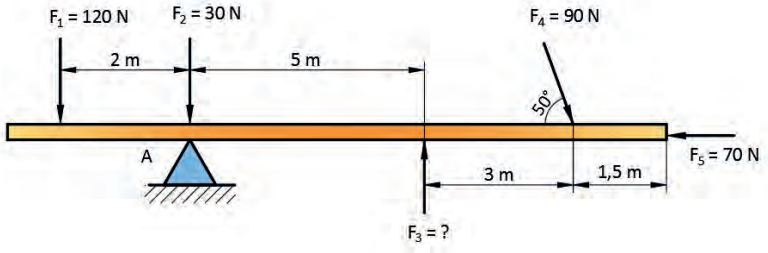
Görsel 1.114'teki denge sisteminde verilen homojen ve türdeş çubuk, dengede olduğuna göre L uzunluğu kaç m'dir? (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.114: Denge sistemi

22. SIRA SİZDE

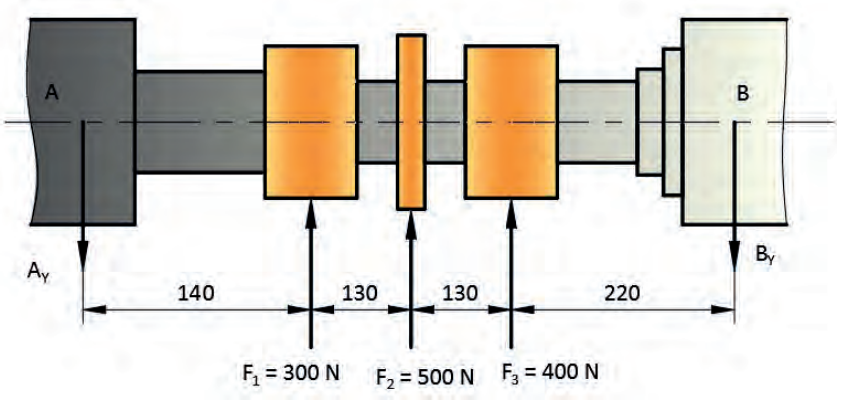
Görsel 1.115'te verilen denge sisteminde, homojen ve türdeş çubuğun dengede olması için F_3 yükü kaç N olmalıdır? (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.115: Denge sistemi

23. SIRA SİZDE

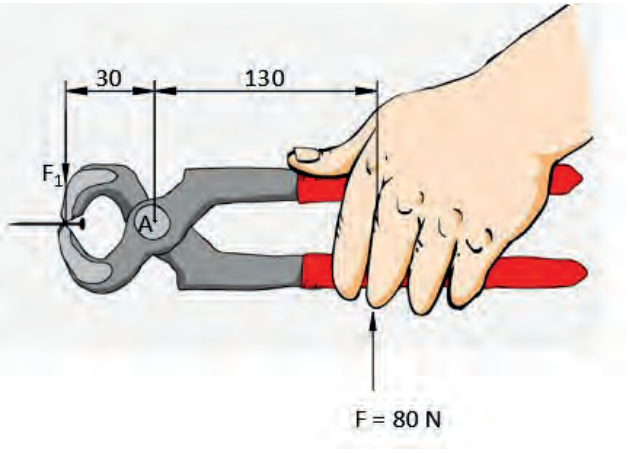
Görsel 1.116'da verilen freze malafası A ve B uçlarından yataklanmıştır. Yataklarda meydana gelen tepki kuvvetlerini (A_Y, B_Y) bulunuz. (Ölçüler mm'dir, m'ye çevrilerek hesaplama yapılacaktır.)



Görsel 1.116: Freze malafası

24. SIRA SİZDE

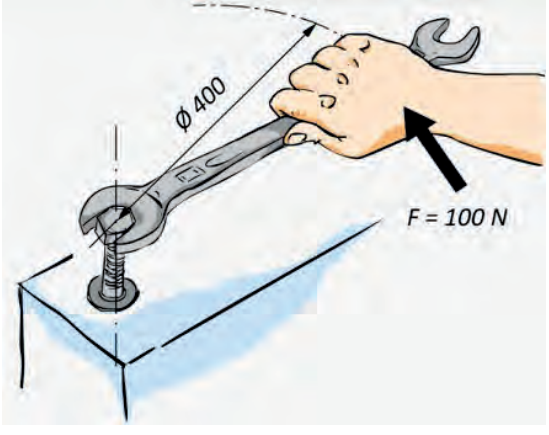
Görsel 1.117'de verilen 80 N'lık kuvvetle sıkılan kerpetenin çiviyi kesebilmesi için uygulanması gereken F_1 kuvvetini bulunuz.



Görsel 1.117: Kerpeten

25. SIRA SİZDE

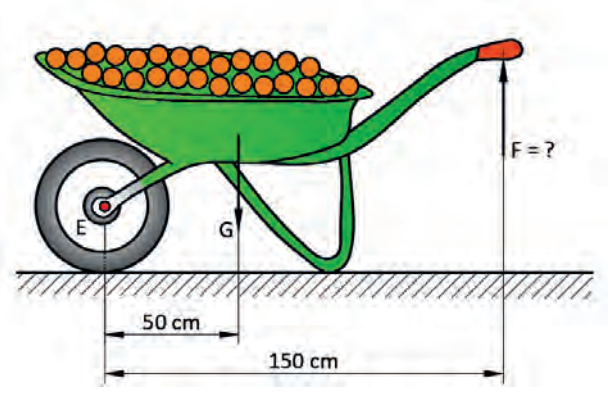
Görsel 1.118'de verilen anahtarla cıvata F kuvvetiyle sıkılmaktadır. Meydana gelen momenti bulunuz.



Görsel 1.118: Anahtar

26. SIRA SİZDE

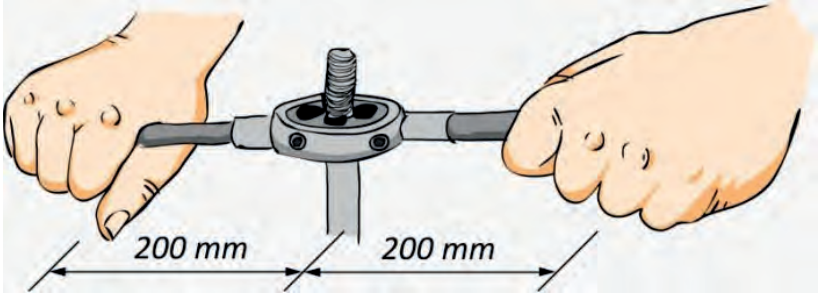
Görsel 1.119'da verilen el arabası ve üzerindeki yükün toplam ağırlığı 100 kg'dır. Buna göre el arabasının kollarına uygulanması gereken F kuvveti kaç N'dır?



Görsel 1.119: El arabası

27. SIRA SİZDE

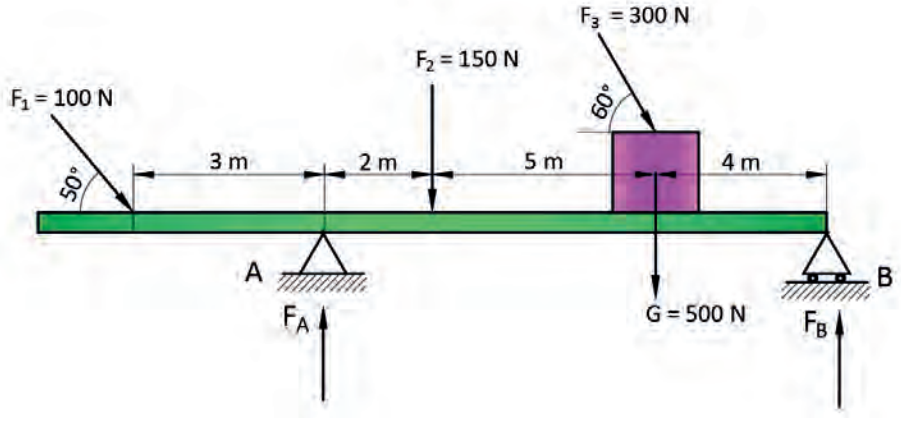
Görsel 1.120'de verilen pafta ile vida açma işleminde, sistem dengede olup moment 20 Nm'dir. Pafta kolunun bir tur ilerleyip vidayı açabilmesi için gerekli olan F kuvveti kaç N'dır?



Görsel 1.120: Pafta

28. SIRA SİZDE

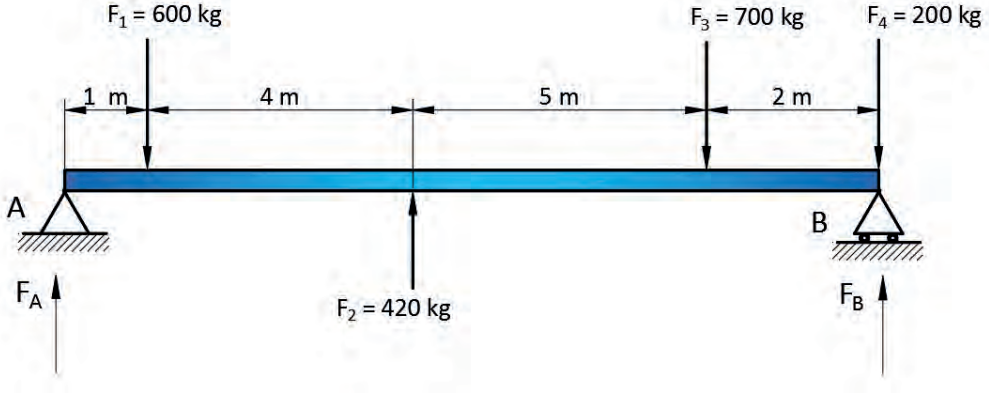
Görsel 1.121'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre A ve B noktalarında oluşan mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.121: Taşıyıcı kiriş sistemi

29. SIRA SİZDE

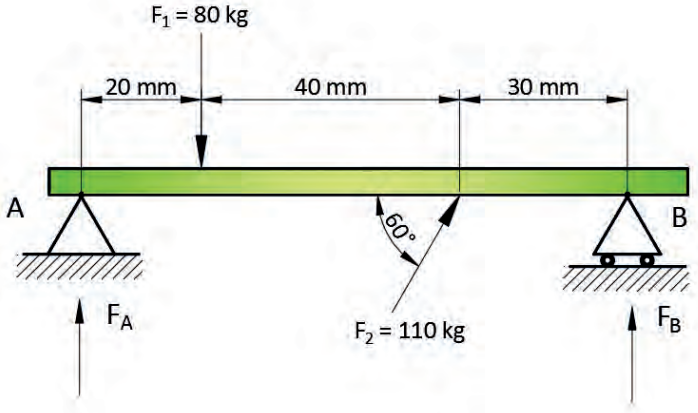
Görsel 1.122'de verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre A ve B noktalarında oluşan mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir.)



Görsel 1.122: Taşıyıcı kiriş sistemi

30. SIRA SİZDE

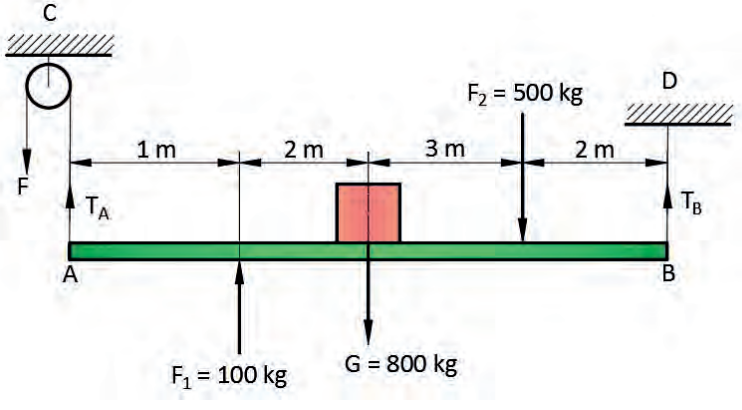
Görsel 1.123'te verilen taşıyıcı kiriş sisteminde, homojen ve türdeş çubuk dengede olduğuna göre A ve B noktalarında oluşan mesnet tepkilerini bulunuz. (Çubuğun ağırlığı ihmal edilmiştir. Ölçüler m'ye çevrilecektir.)



Görsel 1.123: Taşıyıcı kiriş sistemi

31. SIRA SİZDE

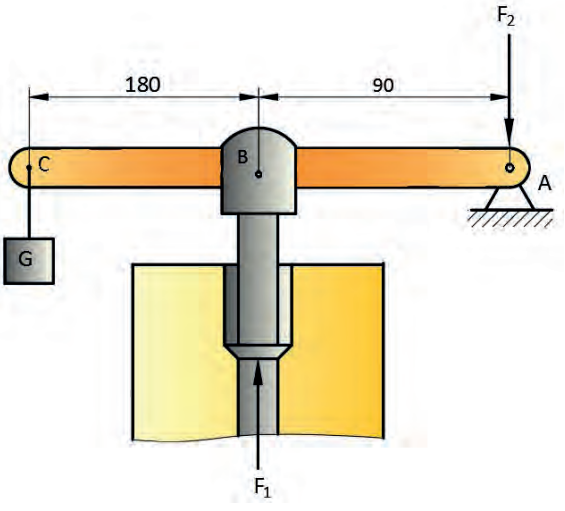
Görsel 1.124'te verilen askı sisteminde, homojen ve türdeş çubuk iplerle A ve B uçlarından tavana asılmıştır. Çubuk, kuvvetlerin etkisinde ve dengede olduğuna göre A ve B iplerinde oluşan gerilme kuvvetlerini (T_A, T_B) bulunuz.



Görsel 1.124: Askı sistemi

32. SIRA SİZDE

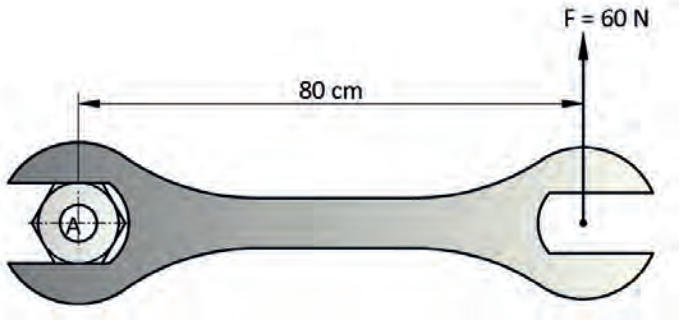
Görsel 1.125'te verilen hidrolik sistemde, 220 kg'lık G yükünü kaldıran F kuvvetini ve A noktasında oluşan mesnet tepkisini (F_2) N cinsinden bulunuz. (Ölçüler mm olarak verilmiştir. 1 kg = 10 N alınacaktır.)



Görsel 1.125: Hidrolik sistem

33. SIRA SİZDE

Görsel 1.126'da verilen anahtar, sıkma koluna uygulanan 60 N'lık bir kuvvet ile döndürülüyor. A noktasında oluşan momenti bulunuz.



Görsel 1.126: Anahtar

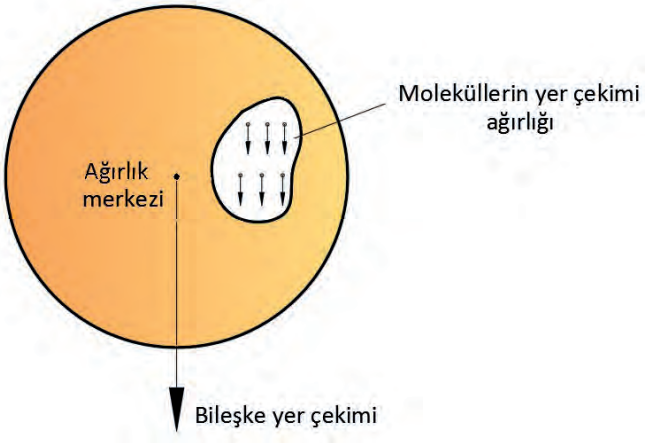
1.5. CİSİMLERİN VE YÜZEYLERİN AĞIRLIK MERKEZLERİ

1.5.1. Ağırlık Merkezi

Bir cismin kütlesini etkileyen yer çekimi kuvvetine **ağırlık** denir. Bir cisme ait en küçük parçacığa da **molekül** denir. Bir cismin ağırlığı, cisme ait moleküllerin toplam ağırlıklarına eşittir. Cisme ait yer çekimi kuvveti, dünyanın merkezi yönündedir. Cismi oluşturan moleküller, dünyadaki ölçülere göre oldukça küçük oldukları için moleküllerin ağırlık kuvvetleri birbirine paralel kabul edilir. Bu kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası, cismin ağırlık merkezini verir. Buna göre bir cismin moleküllerini etkileyen yer çekimi kuvvetlerine ait bileşke kuvvetin geçtiği ve cismin uzaydaki konumuna göre değişmeyen sabit noktaya o cismin **ağırlık merkezi** denir (Görsel 1.127).

Bileşke kuvvet; cismin ağırlık merkezinden geçtiği için cisim, ağırlık merkezinden asıldığında dengede kalır. Ağırlık merkezi bulunurken cisimlerin uzaydaki ağırlık merkezinin yerini **X**, **Y** ve **Z** koordinatlarına göre belirlemek gerekir. Eğer cisim homojen ve bir düzleme göre simetri eksenine sahipse ağırlık merkezi bu düzlem üzerindedir. Bu durumda da üç koordinatı belirlemeye gerek yoktur. Ancak cisim homojen değilse ağırlık merkezi simetri düzlemi üzerinde değildir. Bu durumda ağırlık merkezi cismin ağırlığının fazla olduğu taraftadır. Ağırlık merkezi bulunurken cismin homojen olup olmadığı dikkate alınır.

Ağırlık merkezi özellikle makine sanayisinde, makinelerin yerleştirilmesinde önemli bir yere sahiptir. Dengesiz çalışan bir makine, titreşim yaparak bağlantı parçalarının sökülmesine ve zorlanmasına sebep olur. İş kazalarına sebebiyet vermemek için makinelerin dengede durması gerekir. Üretim kalitesinin etkilenmesine sebebiyet vermemek için makineler; ağırlık merkezi, makinenin zemine dikliği ve paralelliği dikkate alınarak yerleştirilir.



Görsel 1.127: Ağırlık merkezi

Cisimlerin ağırlık merkezlerinin hesaplanmasında homojen cismin geometrik şekli dikkate alınarak üç farklı yol kullanılır. Kullanılan bu yollar şunlardır:

1. Çizgilerin Ağırlık Merkezi

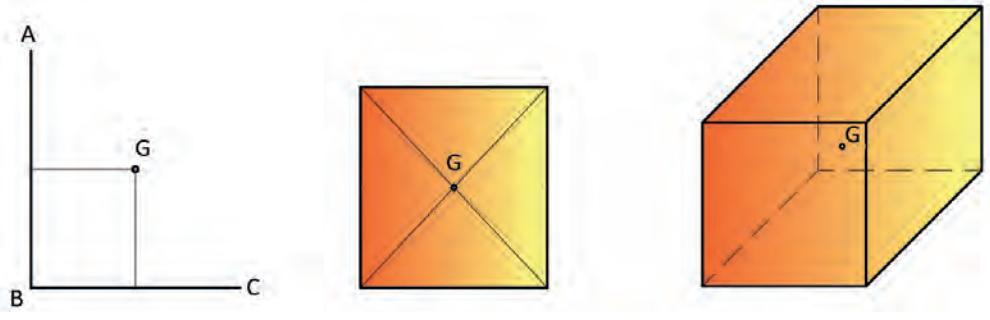
Kalınlığı ve genişliği boyunun yanında önemsenmeyen tel, çubuk gibi cisimlerin ağırlık merkezleri çizgiye benzetilir ve çizgilerin ağırlık merkezini bulma prensiplerine göre bulunur (Görsel 1.128: a).

2. Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

Kalınlığı, boy ve genişliğinin yanında önemsenmeyen sac levha gibi cisimlerin ağırlık merkezleri yüzeylerin ağırlık merkezlerine benzetilerek bulunur (Görsel 1.128: b).

3. Hacimlerin Ağırlık Merkezi

Cismin kalınlığı, genişliği ve boyu ihmal edilmeden üç boyutu dikkate alınarak ağırlık merkezi bulunur (Görsel 1.128: c).



Görsel 1.128: a) Çizgilerin ağırlık merkezi **b)** Yüzeylerin ağırlık merkezi **c)** Hacimlerin ağırlık merkezi

1.5.2. Ağırlık Merkezinin Bulunması için Uygulanan Metotlar

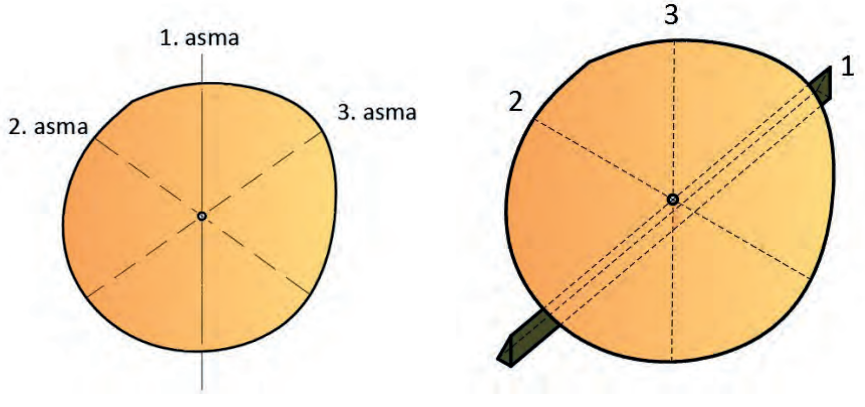
Ağırlık merkezi grafik ve analitik olmak üzere iki metot ile bulunur.

1. Grafik Metot

Aynı düzlemde bulunan paralel kuvvetlerin bileşkesi vektörel yollarla bulunur.

a) İp Asma Metodu: Düzgün yüzeyli olmayan cisim, bir ip yardımıyla asılırsa ağırlık merkezi ile ip aynı doğrultuda olur. Yani ipin doğrultusu ağırlık merkezinden geçer (Görsel 1.129: a).

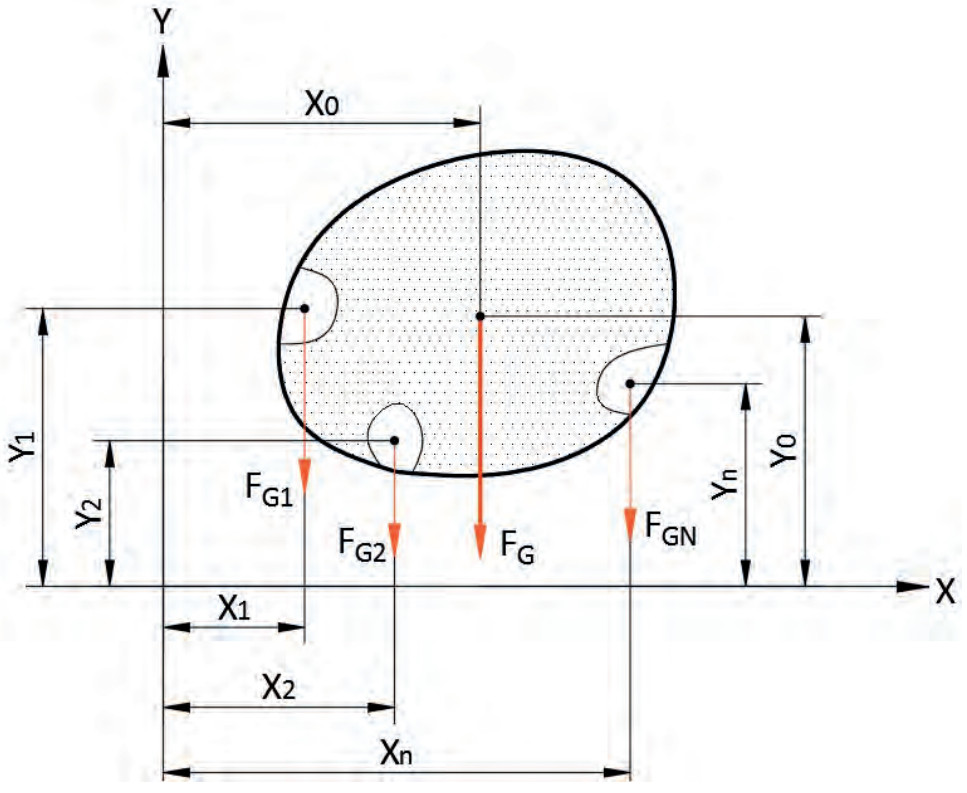
b) Denge Metodu: Bir cismin yüzeyi, keskin bir mesnet üzerinde dengelenirse mesnetin keskin ağzının düzlemi ağırlık merkezinden geçer. Cisim, üç farklı düzlemde aynı mesnet üzerinde dengelenirse bu düzlemlerin kesiştiği ortak nokta cismin ağırlık merkezi olur (Görsel 1.129: b).



Görsel 1.129: a) İp asma metodu **b)** Denge metodu

2. Analitik Metot

Cisim, koordinat eksenleri arasında (**X**, **Y**) düşünülür ve **Varignon teoremi** uygulanarak çözülür (Görsel 1.130).



Görsel 1.130: Analitik metot

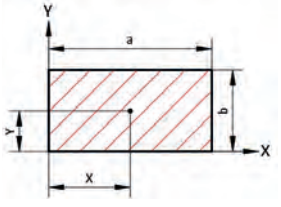
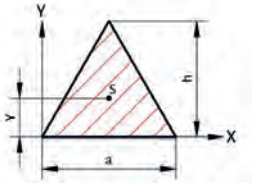
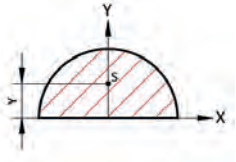
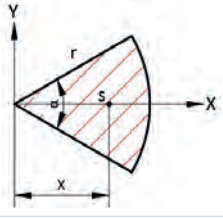
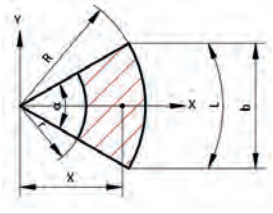
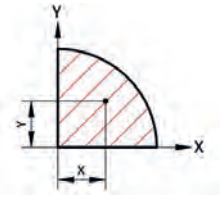
$$X_0 = \frac{F_{G1} \cdot X_1 + F_{G2} \cdot X_2 + \cdots F_{Gn} \cdot X_n}{F_{G1} + F_{G2} + \cdots F_{Gn}}$$

$$Y_0 = \frac{F_{G1} \cdot Y_1 + F_{G2} \cdot Y_2 + \cdots F_{Gn} \cdot Y_n}{F_{G1} + F_{G2} + \cdots F_{Gn}}$$

1.5.3. Bazı Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezlerinin ve Alanlarının Bulunması

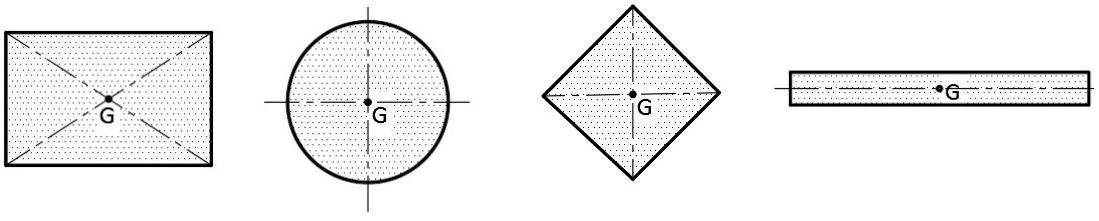
Bazı düzgün yüzeylerin ağırlık merkezleri ve alanları Tablo 1.1'de verilmiştir.

Tablo 1.1: Bazı Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezleri ve Alanları

Düzlemin Adı	Düzlemin Şekli	Düzlemin Alanı	Düzlemin Ağırlık Merkezi	
			X	Y
Dikdörtgen		a . b	a / 2	b / 2
Üçgen		$\frac{a \,.\, h}{2}$	h / 3	h / 3
Yarım Daire		$\frac{\pi \,.\, r^2}{2}$	0	$\frac{4 \,.\, r}{3 \,.\, \pi}$
Daire Dilimi		r^2 .α (Rad)	$\frac{2}{3} \,.\, r. \frac{sin\alpha \,/\, 2}{\alpha \,/\, 2}$	0
Daire Halkası Dilimi		$(R^2 - r^2) \,.\, \alpha$ (Rad)	$\frac{2}{3} \,.\, r \,.\, \frac{R^3 - r^3}{R^2 - R^2} \,.\, \frac{b}{L}$	0
Çeyrek Daire		$\frac{\pi \,.\, r^2}{4}$	$\frac{4 \,.\, r}{3 \,.\, \pi}$	$\frac{4 \,.\, r}{3 \,.\, \pi}$

1.5.3.1. Düzgün Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

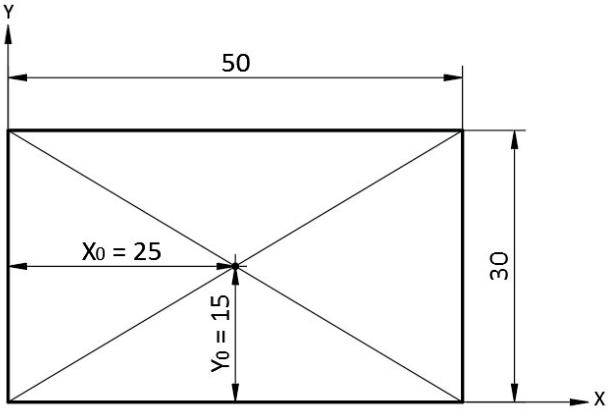
Düzgün yüzeylerde, ağırlık merkezi simetri ekseninin üzerindedir. Düzgün bir çubuğun ağırlık merkezi çubuğun ortasındadır. Dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin ağırlık merkezleri köşegenlerin kesişme noktasıdır. Dairenin ağırlık merkezi, dairenin merkez noktasıdır (Görsel 1.131).



Görsel 1.131: Düzgün yüzeylerin ağırlık merkezi

ÖRNEK

Görsel 1.132'deki düzgün yüzeyli cismin ağırlık merkezini bulunuz.



Görsel 1.132: Düzgün yüzeyli cisim

ÇÖZÜM

Düzgün yüzeyli dikdörtgenin ağırlık merkezi köşegenlerin kesim noktasındadır.

Bu durumda $\mathbf{X_0 = 25\ mm}$, $\mathbf{Y_0 = 15\ mm}$ bulunur.

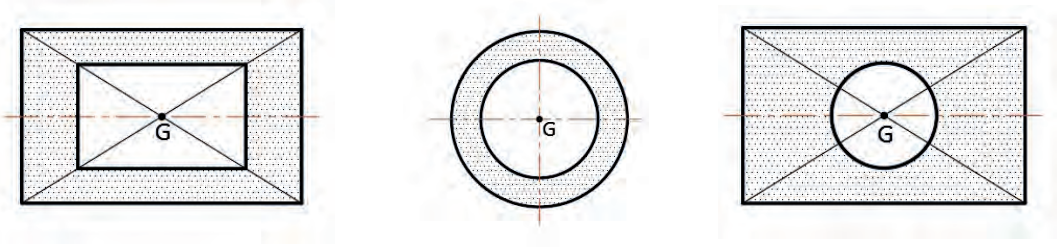
Dikdörtgenin alanı: 30 . 50 = **1500 mm²**

$$X_0 = \frac{A_1 \cdot X_1}{A_1} \qquad X_0 = \frac{1500 \cdot 25}{1500} \qquad \mathbf{X_0 = 25\ mm}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 \cdot Y_1}{A_1} \qquad Y_0 = \frac{1500 \cdot 15}{1500} \qquad \mathbf{Y_0 = 15\ mm}$$

1.5.3.2. İçi Boş Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

İçi boş yüzeyler simetrik ise ağırlık merkezi köşegenlerin kesim noktasındadır (Görsel 1.133). İçi boş yüzeylerde boşaltılan kısımlar simetrik değilse ağırlık merkezi dolu olan tarafa doğru kayar. Bu durumda da ağırlık merkezi analitik yöntemle bulunur.



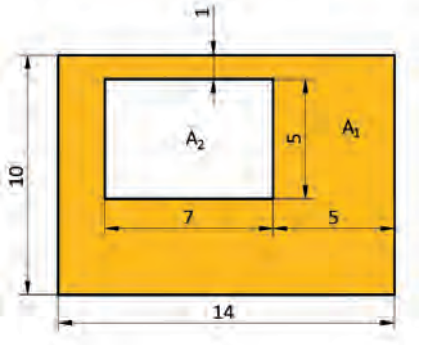
Görsel 1.133: İçi boş yüzeyler

ÖRNEK

Görsel 1.134'te verilen içi boşaltılmış, türdeş ve homojen özelliğe sahip parçanın ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz. (Ölçüler cm olarak alınacaktır.)

X_1	7 cm
Y_1	5 cm
A_1	14 . 10 = 140 cm^2

X_2	5,5 cm
Y_2	6,5 cm
A_2	7 . 5 = 35 cm^2



Görsel 1.134: İçi boş parça

ÇÖZÜM

$$X_0 = \frac{A_1 . X_1 - A_2 . X_2}{A_1 - A_2} \qquad X_0 = \frac{140 . 7 - 35 . 5{,}5}{140 - 35} \qquad X_0 = \frac{980 - 192{,}5}{105}$$

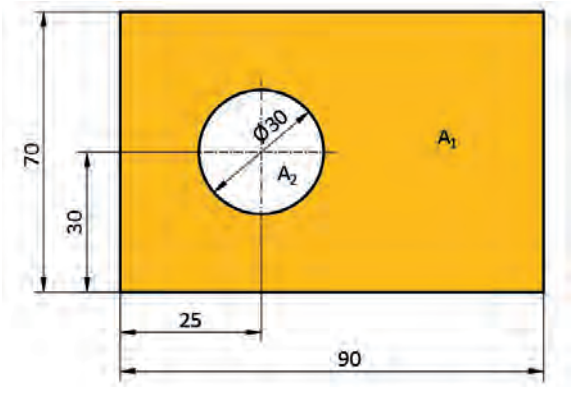
$$X_0 = \frac{787{,}5}{105} \qquad \mathbf{X_0 = 7{,}5\ cm}$$

$$Y_0 = \frac{A_1 . Y_1 - A_2 . Y_2}{A_1 - A_2} \qquad Y_0 = \frac{140 . 5 - 35 . 6{,}5}{140 - 35} \qquad Y_0 = \frac{700 - 227{,}5}{105} \qquad Y_0 = \frac{472{,}5}{105}$$

$$\mathbf{Y_0 = 4{,}5\ cm}$$

ÖRNEK

Görsel 1.135'te verilen içi boşaltılmış, türdeş ve homojen özelliğe sahip cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz. (Ölçüler mm olarak alınacaktır.)



Görsel 1.135: İçi boşaltılmış cisim

X_1	45 mm
Y_1	35 mm
A_1	90 . 70 = 6300 mm²

X_2	25 mm
Y_2	30 mm
A_2	π . D² / 4 = 706,5 mm²

ÇÖZÜM

$$X_0 = \frac{X_1 . A_1 - X_2 . A_2}{A_1 - A_2} \qquad X_0 = \frac{45 . 6300 - 25 . \frac{\pi . 30^2}{4}}{6300 - 706,5}$$

$$X_0 = \frac{283500 - 17671,45}{5593,5} \qquad X_0 = \frac{265828,55}{5593,5} \qquad \mathbf{X_0 = 47,52\ mm}$$

$$Y_0 = \frac{Y_1 . A_1 - Y_2 . A_2}{A_1 - A_2} \qquad Y_0 = \frac{35 . 6300 - 30 . \frac{\pi . 30^2}{4}}{6300 - 706,5}$$

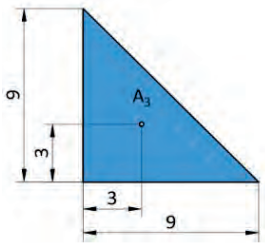
$$Y_0 = \frac{220500 - 21195}{5593,5} \qquad Y_0 = \frac{199305}{5593,5} \qquad \mathbf{Y_0 = 35,631\ mm}$$

1.5.3.3. Bileşik Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

Bileşik yüzeyler, farklı geometrik şekle sahip yüzeylerin birleştirilmesiyle meydana gelir. Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi bulunurken yüzeyi oluşturan şekil, basit ve düzgün yüzeylere ayrılır. Her yüzeyin ağırlık merkezi ayrı ayrı bulunarak **Varignon teoremi** uygulanır.

ÖRNEK

Görsel 1.137'de verilen türdeş ve homojen özelliğe sahip cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.

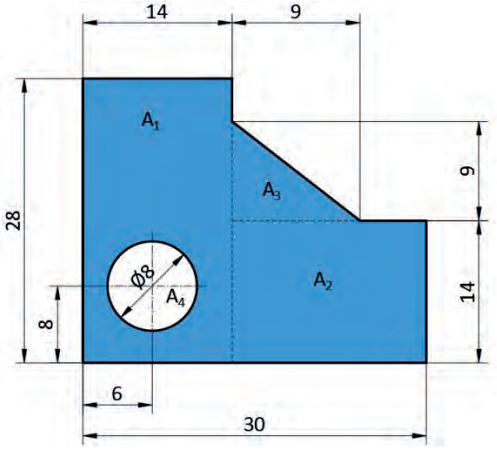


X_1	7 mm
Y_1	14 mm
A_1	14 . 28 = 392 mm²

X_2	22 mm
Y_2	7 mm
A_2	14 . 16 = 224 mm²

X_3	17 mm
Y_3	17 mm
A_3	9 . 9 / 2 = 40,5 mm²

X_4	6 mm
Y_4	8 mm
A_4	π . D² / 4 = 50,26 mm²



Görsel 1.137: Birleşik yüzeyli ve içi boşaltılmış cisim

ÇÖZÜM

$$X_0 = \frac{X_1 . A_1 + X_2 . A_2 + X_3 . A_3 - X_4 . A_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$X_0 = \frac{7 . 392 + 22 . 224 + 17 . 40,5 - 6 . \frac{\pi . 8^2}{4}}{392 + 224 + 40,5 - 50,26}$$

$$X_0 = \frac{2744 + 4928 + 688,5 - 301,592}{656,5 - 50,26} \qquad X_0 = \frac{8360,5 - 301,592}{606,24}$$

$$X_0 = \frac{8058,908}{606,24} \qquad \mathbf{X_0 = 13,29\ mm}$$

$$Y_0 = \frac{Y_1 . A_1 + Y_2 . A_2 + Y_3 . A_3 - Y_4 . A_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$Y_0 = \frac{14 . 392 + 7 . 224 + 17 . 40,5 - 8 . \frac{\pi . 8^2}{4}}{392 + 224 + 40,5 - 50,26}$$

$$Y_0 = \frac{5488 + 1568 + 688,55 - 402,08}{656,5 - 50,26} \qquad Y_0 = \frac{5488 + 1568 + 688,55 - 402,08}{656,5 - 50,26}$$

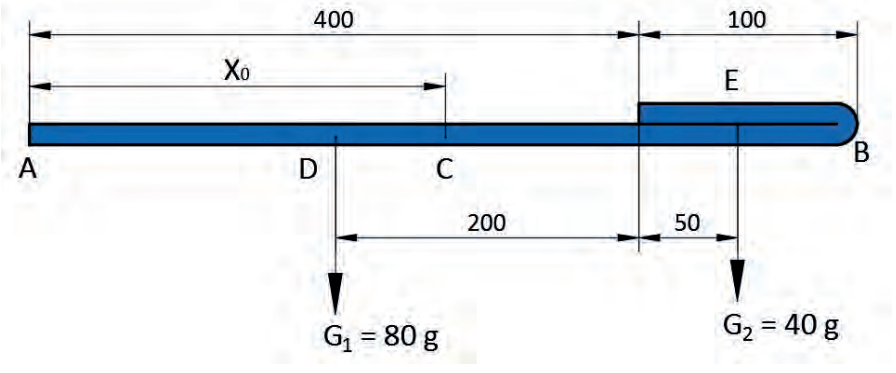
$$Y_0 = \frac{7744,55 - 402,8}{606,24} \qquad Y_0 = \frac{7342,47}{606,24} \qquad \mathbf{Y_0 = 12,11\ mm}$$

1.5.3.4. Üst Üste Katlanmış Yüzeylerin Ağırlık Merkezi

Bileşik yüzeyler, farklı geometrik şekle sahip yüzeylerin birleştirilmesiyle meydana gelir. Bileşik yüzeylerin ağırlık merkezi bulunurken yüzeyi oluşturan şekil basit ve düzgün yüzeylere ayrılır. Her yüzeyin ağırlık merkezi ayrı ayrı bulunarak **Varignon teoremi** uygulanır.

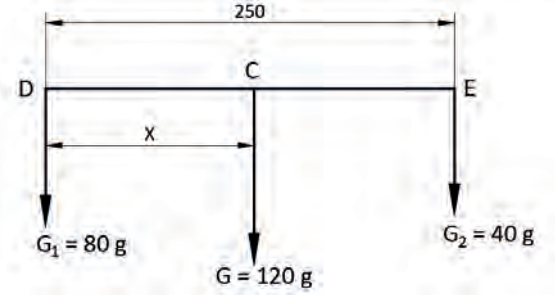
ÖRNEK

Görsel 1.138'de verilen uzunluğu 600 mm ve ağırlığı 120 g olan türdeş ve homojen özelliğe sahip telin sağ ucundan 100 mm'si kendi üzerine katlanıyor. Buna göre meydana gelen şeklin ağırlık merkezini bulunuz. (Ölçüler mm olarak verilmiştir.)



Görsel 1.138: Tel parçası

ÇÖZÜM



$G_1 . X = G_2 . (250 - X)$

$80 . X = 40 . (250 - X)$

$80 . X = 10000 - 40 . X$

$80 . X + 40 . X = 10000$

$120 . X = 10000$

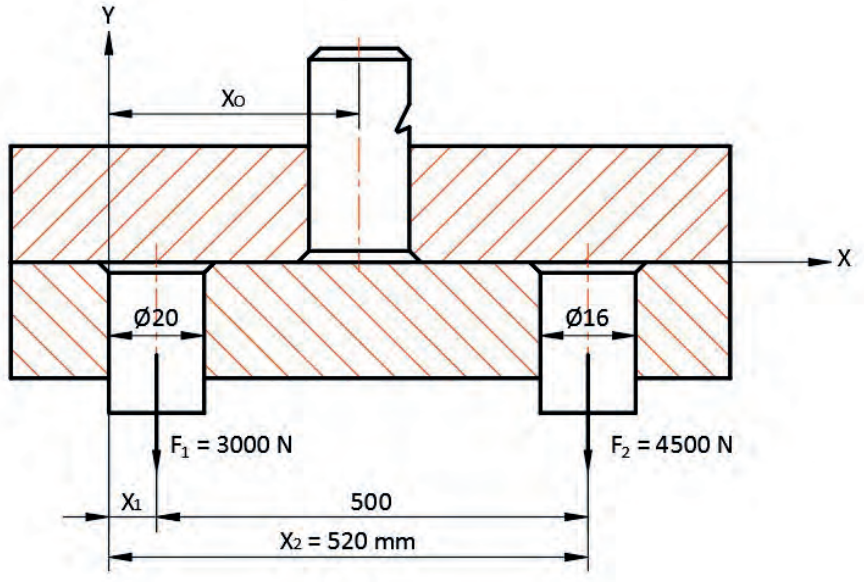
X = 83,33 mm

$X_0 = X + 83,33$

X_0 = 200+ 83,33 = 283,33 mm

ÖRNEK

Görsel 1.139'da verilen kalıp sapının yerleştirilmesi için gerekli olan X_0 uzaklığını bulunuz. (Ölçüler cm'ye çevrilecektir.)



Görsel 1.139: Kalıp sapı

ÇÖZÜM

500 mm = 50 cm

X_2 = 520 mm = 52 cm

X_1 = 20 mm = 2 cm

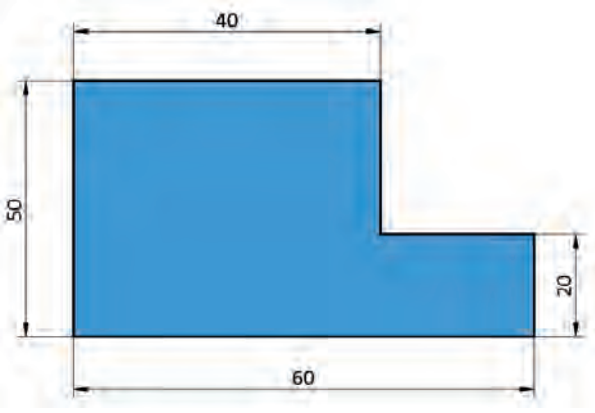
$$X_0 = \frac{F_1 \,.\, X_1 + F_2 \,.\, X_2}{F_1 + F_2}$$

$$X_0 = \frac{3000 \,.\, 2 + 4500 \,.\, 52}{3000 + 4500} \qquad X_0 = \frac{6000 + 234000}{7500}$$

$$X_0 = \frac{240000}{7500} \qquad \mathbf{X_0 = 32\ cm}$$

34. SIRA SİZDE

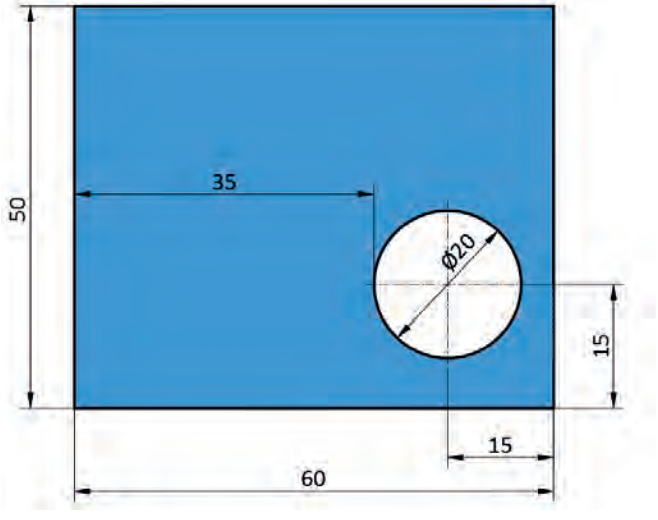
Görsel 1.140'ta verilen türdeş ve homojen özelliğe sahip birleşik yüzeyli cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz. (Ölçüler mm olarak alınacaktır.)



Görsel 1.140: Birleşik yüzeyli cisim

35. SIRA SİZDE

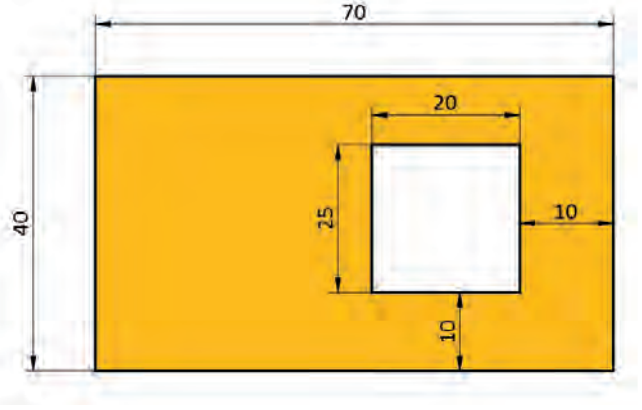
Görsel 1.141'de verilen içi boşaltılmış, türdeş ve homojen özelliğe sahip parçanın ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Görsel 1.141: İçi boşaltılmış parça

36. SIRA SİZDE

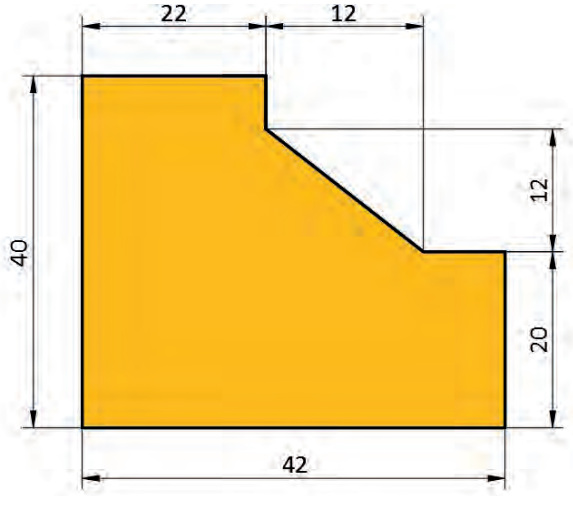
Görsel 1.142'de verilen içi boşaltılmış, türdeş ve homojen özelliğe sahip parçanın ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Görsel 1.142: İçi boşaltılmış parça

37. SIRA SİZDE

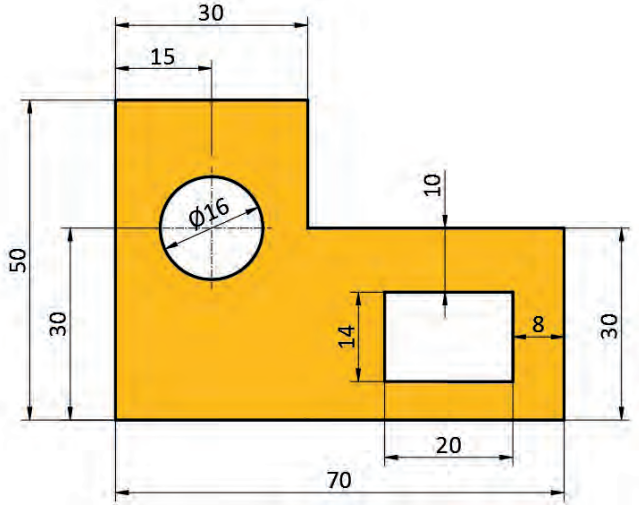
Görsel 1.143'te verilen türdeş ve homojen özelliğe sahip birleşik yüzeyli cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Görsel 1.143: Birleşik yüzeyli cisim

38. SIRA SİZDE

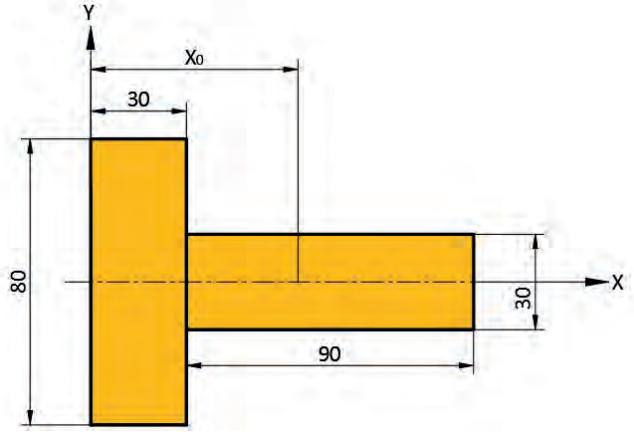
Görsel 1.144'te verilen içi boşaltılmış, türdeş ve homojen özelliğe sahip cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Görsel 1.144: İçi boşaltılmış ve birleşik yüzeyli cisim

39. SIRA SİZDE

Görsel 1.145'te verilen türdeş ve homojen özelliğe sahip simetrik cismin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Görsel 1.145: Simetrik cisim



2. ÖĞRENME BİRİMİ

DAYANIM BİLGİSİ

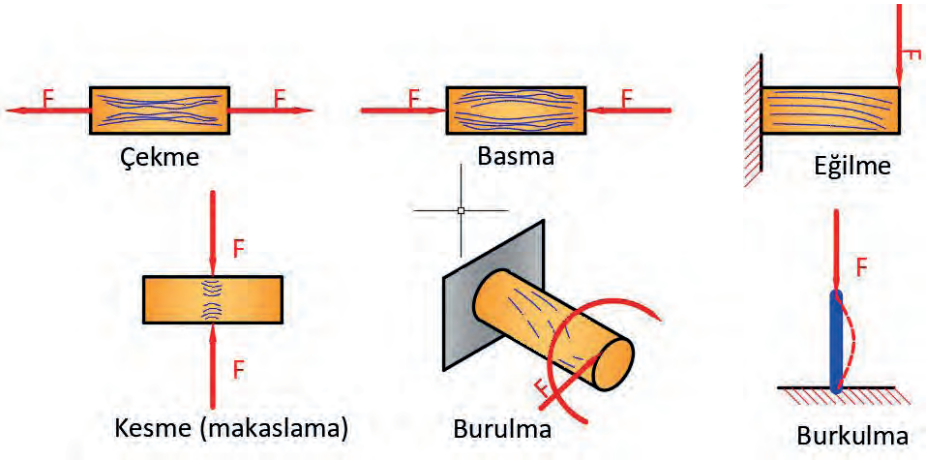
HAZIRLIK SORULARI

1. Dayanım dendiğinde aklınıza gelenleri sınıf ortamında arkadaşlarınızla paylaşınız.
2. Dayanım niçin gereklidir? Makine alanında dayanımın önemi sizce ne olmalıdır?
3. Çevrenizde birçok cismin çekildiğini, ezildiğini, kesildiğini, eğildiğini, burulduğunu ve burkulduğunu görürsünüz. Bu gerilmelerin etkisinde kalan cisimlere örnekler veriniz.

2. DAYANIM BİLGİSİ

2.1. CİSİMLERİN DAYANIMI

Cisimlerin dayanımı, cisimlere dışardan uygulanan kuvvetlerin cisimlerin dokusunda meydana getirdikleri iç kuvvetlerle ölçü ve biçim değiştirmelerini inceleyen bilim dalıdır. Tasarlanacak olan bir parça veya sistemin çalışacağı ya da konumlandırılacağı yerdeki güvenliği, kullanışlılığı ve boyutları ile ilgili problemlerin önceden çözülmesi gerekir. Çeşitli biçimlerde yüklenmiş makine elemanlarının yapıldığı malzeme; bu yüklere bağlı olarak ortaya çıkan gerilmeleri, şekil değişikliklerini ve malzemenin kopup kopmayacağını yapılacak deneyler sonucunda gösterir. Yapılan deneyler sonucunda yapı veya makine parçasının güvende olup olmadığı, kırılıp kırılmayacağı ya da ezilip ezilmeyeceği tespit edilir. Görsel 2.1'de bazı malzeme ve profillere kuvvetlerin nasıl etki ettiği görülmektedir.



Görsel 2.1: Kuvvetlerin cisimlere etkisi

2.1.1. Dış Kuvvetler

Cisimleri etkileyen kuvvetlere **dış kuvvetler** denir. Cisimlerin üzerini etkileyen kuvvetler; cismi çekmeye, eğmeye, kaydırmaya ve cisme basmaya yarar. Cisimleri etkileyen bu kuvvetler sonucunda cisimde bazı şekil değişmeleri olur. Bu şekil değişmeleri, uygulanan kuvvetin şiddeti ve yönüne bağlıdır. Bazen de yerin ısısına bağlı olarak cisimlere uygulanan kuvvette şekil değişimleri gözlenir. Gözlemlenen dış kuvvetler sonucunda da cisim kopar, eğilir ya da ezilir.

2.1.2. İç Kuvvetler

Cisimlerin yapılarında bulunan kristal yapı ve moleküller, uygulanan dış kuvvete tepki göstererek cismin şekil değiştirmesini önlemeye çalışır. Moleküllerin dış kuvvetlere karşı gösterdiği bu tepkiye **iç kuvvetler** denir. Cisme uygulanan dış kuvvet, cismin iç kuvvetinin gösterdiği tepkiyi yendiği zaman cisimde şekil değişimi meydana gelir.

2.1.3. Statik Yükler

Makine ya da yapı elemanlarını yavaşça etkileyen ve tekrarlanmayan yüklere **statik yükler** denir. Statik yüklere gösterilecek en güzel örnek binaların temelleridir. Binanın temeli hesaplanırken çıkılacak kat sayısına göre dayanım hesabı yapılır. Dayanım hesabı bir defa yapılır ve değiştirilmez. Bu hesap aynı yapıdaki diğer binalarda da kullanılır. Makine parçaları için de bu durum geçerlidir. Her parça için ayrı ayrı hesap yapmak yerine bir defa hesap yapılır ve aynı özellikteki diğer parçalar için de yapılan bu hesap kullanılır.

2.1.4. Periyodik Yükler

Bir makine elemanını etkileyen kuvvetin değeri, ani olarak değişiyor sonra tekrar eski hâlini alıyorsa veya kalıcı olarak şekil değiştiriyorsa bu yüklere **periyodik yükler** denir. Gerilme meydana getirecek şekilde şiddeti ve yönü değişen kuvvetlerdir. Örneğin, bir sac elle sağa sola büküldüğünde malzeme yorulur ve bunun sonucunda da malzemede yırtılmalar meydana gelir. Tren rayları da periyodik yüklere örnektir. Trenin geçişi sırasında gerilmeye uğrayan raylar, tren geçtikten sonra tekrar eski hâline döner.

2.1.5. Alternatif Yükler

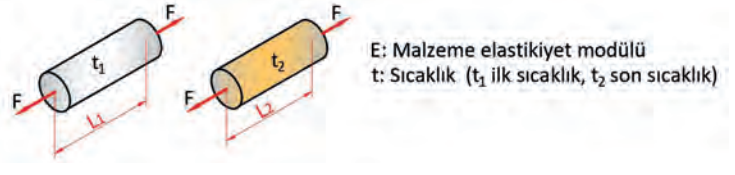
Değerleri ve yönleri periyodik olarak değişen yüklere **alternatif yükler** denir. Cisimleri etkileyen kuvvet ani değişimlere uğrayabilir. Motor pistonundaki patlamadan dolayı pistonda meydana gelen gerilme bu duruma örnek verilebilir.

2.1.6. Olağanüstü Yük ve Zorlamalar

Çok kısa zaman aralığında makine ya da sistemi etkileyen yüklerdir. Bu tür yüklemelerin olduğu makine elemanlarına, çeşitli periyodik çalışma testleri uygulanır. Bu testler sonucunda da makine elemanlarındaki kırılma ve yorulma durumları tespit edilir. Makine ve sistem, normal çalışmasını sürdürdüğü sırada olağanüstü bir yükün etkisinde kalırsa zarar görür. Motorlardaki vuruntu, olağanüstü yük ve zorlamalara örnek verilebilir.

2.1.7. Sıcaklığın Etkisi ile Oluşan Yükler

Gereçler aşırı sıcak ve soğukla karşılaştıklarında direnç özelliklerini önemli ölçüde yitirir. Cisimlerde sıcaklığın etkisi ile uzama ve kısalma meydana gelir. Cisimler basılma veya çekilme sırasında ısınır. Isınan cisimler basılma geriliminde kısalır, çekme geriliminde ise uzar. Yüksek sıcaklıklarda cisimlerde çok büyük değişimler meydana gelir. Özellikle **250 °C** ve üstündeki sıcaklıklar cisimlerde çok büyük şekil değişimine neden olur (Görsel 2.2).



Görsel 2.2: Sıcaklığın etkisi ile oluşan yükler

Sıcaklığın etkisi ile oluşan yük **F** ile gösterilir. Cisimde meydan gelen gerilme ise sigma **(σ)** ile gösterilir. Malzemenin cinsine göre elastikiyet modülü **(E)** ve uzama katsayısı alfanın **(α)** sıcaklık ile çarpımı sonucunda cisimde oluşan gerilim hesaplanır. Sıcaklığın etkisiyle oluşan gerilim **σ = α . Δt . E** formülü ile bulunur. Bu formül şu şekilde ifade edilir:

σ = Gerilme (kg/cm²)

Δt = Sıcaklık (°C) $\Delta t = (t_2 - t_1)$ ($\mathbf{t_1}$ cismin ilk sıcaklığını, $\mathbf{t_2}$ ise cismin son sıcaklığını ifade eder.)

E = Elastikiyet modülü (kg/cm²)

α = Uzama katsayısı

Elastikiyet modülü ve uzama katsayıları, malzemeler üzerinde yapılan deneyler sonucunda ortaya çıkan değerlerdir. Malzemelere göre elastikiyet modülü Tablo 2.1'de ve uzama katsayıları Tablo 2.2'de verilmiştir.

Tablo 2.1: Elastiklik Modülü

Gerecin Cinsi	Elastikiyet Modülü (kg/cm²)
Çelik	$2.10^6 - 2{,}2.10^6$
Bakır ve Bronz	$1{,}1.10^6$
Dökme Demir	$0{,}8.10^6 - 1{,}4.10^6$
Düralümin	$0{,}65.10^6 - 0{,}75.10^6$
Kurşun	$0{,}15.10^6$
Ağaç	$0{,}09.10^6 - 0{,}18.10^6$

Tablo 2.2: Uzama Katsayıları

Gerecin Cinsi	Uzama Katsayısı (1 °C)
Alüminyum	24.10^{-6}
Bakır	17.10^{-6}
Bronz	18.10^{-6}
Çelik (Karbonlu)	11.10^{-6}
Dövme Demir	12.10^{-6}
Çinko	26.10^{-6}
Gümüş	19.10^{-6}
Kurşun	29.10^{-6}
Pirinç	18.10^{-6}

ÖRNEK

Basılmaya çalışılan 35 °C'taki karbonlu çelik bir çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm² ve uzama katsayısı 11.10^{-6}dır. Buna göre çubukta meydana gelen gerilmeyi bulunuz.

Verilenler	İstenen
$E = 2.10^6$ kg/cm²	σ = ?
$\alpha = 11.10^{-6}$	
t = 35 °C	

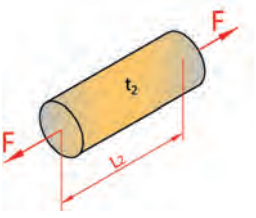
ÇÖZÜM

$\sigma = 11.10^{-6} . 35 . 2.10^6$

σ =770 kg/cm²

ÖRNEK

Görsel 2.3'teki bakır çubuğun ısısı 30 °C'tır. Bu çubuğa uygulanan F kuvveti ile ısısı 50 °C'a çıkarılıyor. Bakır çubukta meydana gelen gerilmeyi bulunuz.



Görsel 2.3: Bakır çubuk

Verilenler	**İstenen**
$\Delta t = (t_2 - t_1) = (50 - 30) = 20$ °C	σ = ?
$\alpha = 17.10^{-6}$	
$E = 1,1.10^6$ kg/cm^2	

ÇÖZÜM

$\sigma = 17.10^{-6} \cdot 20 \cdot 1,1.10^6$ **$\sigma = 374$ kg/cm^2**

ÖRNEK

Çelikten üretilmiş bir çubuğun sıcaklığı 35 °C'tır. Elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 ve uzama katsayısı 11.10^{-6}dır. Bu çubuğun gerilmesinin 880 kg/cm^2 olması için çubuk kaç °C'a kadar ısıtılmalıdır?

Verilenler	**İstenen**
$t_1 = 35$ °C	t_2 = ?
$E = 2.10^6$ kg/cm^2	
$\alpha = 11.10^{-6}$	
$\sigma = 880$ kg/cm^2	

ÇÖZÜM

$880 = 11.10^{-6} \cdot (t_2 - 35) \cdot 2.10^6$

$880 = 22 \cdot (t_2 - 35)$

$40 = t_2 - 35$

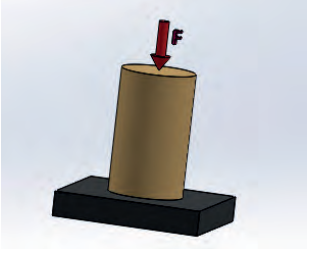
$t_2 = 75$ °C

1. SIRA SİZDE

Çelikten yapılmış elektrik iletim telinin sıcaklığı sabah saatlerinde 20 °C ölçülüyor. Öğle saatlerinde ise aynı telin sıcaklığının 45 °C'a çıktığı gözlemleniyor. Elastikiyet modülünü ve uzama katsayısını Tablo 2.1 ve 2.2'den alarak çelik telin gerilmesini bulunuz.

2. SIRA SİZDE

Görsel 2.4'teki dairesel kesitli çelik profilin çapı 10 cm'dir. Basma gerilimi 550 kg/cm^2 ise çelik profili etkileyen ısıyı bulunuz. (Elastikiyet modülünü ve uzama katsayısını Tablo 2.1 ve 2.2'den alınız.)



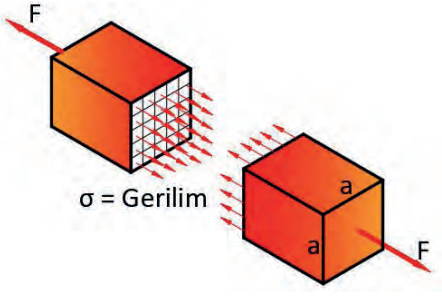
Görsel 2.4: Çelik profil

3. SIRA SİZDE

Bronzdan yapılmış bir bilgisayar devre elemanı 20 °C ısıda çalışıyor. Bu devre elemanın gerilmesi 396 kg/cm^2 olduğuna göre çalışma sırasındaki sıcaklığı kaç °C'a çıkabilir? (Elastikiyet modülünü ve uzama katsayısını Tablo 2.1 ve 2.2'den alınız.)

2.1.8. Gerilim

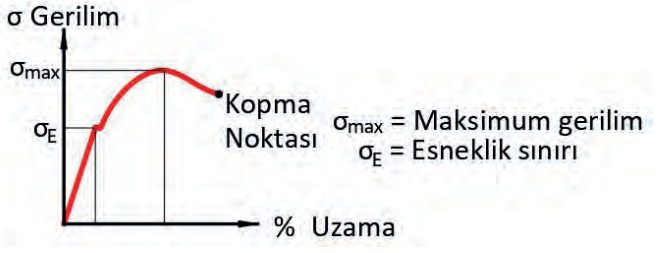
İç kuvvetlerin birim alana düşen miktarına **gerilim** denir. Dış kuvvetlerin etkisinde kalan cismin kesit alanındaki iç kuvvetlerin toplamına da **toplam gerilim** denir. Gerilim, malzemenin içinde bulunan zorlanmayı gösteren bir büyüklüktür. Gerilim, kuvvetin alana bölünmesi ile bulunur. Baskı, katı malzemenin dışında oluşan bir zorlanma iken gerilim ise malzemenin içinde oluşmaktadır (Görsel 2.5).



Görsel 2.5: Gerilim

2.1.8.1. Maksimum Gerilim

Maksimum gerilim; dış kuvvetlerle yüklenen cisimde değişime, uzamaya veya kopmaya neden olur. Herhangi bir malzemeden yapılmış bir cisim, çekilmeye zorlanırsa belirli bir süre ve kuvvetten sonra uzamaya başlar. Bu uzama sonrası kuvvet uygulanmaya devam edilirse de malzeme kopar. Bu durum çekme deneyi yapılarak tespit edilir. Görsel 2.6'da çekmeye maruz kalan malzemenin **%** uzama ve gerilim eğrisi **(σ)** görülmektedir. Bu eğriye göre dış kuvvet, iç kuvvetten fazla ise cisim kopar. Kopmadan önceki tepe noktasına ise **maksimum gerilim** denir.



Görsel 2.6: Maksimum gerilme

2.1.8.2. Emniyet Katsayısı

Cisimlere uygulanan kuvvetler, cisimlerde şekil değişimi meydana getirir. Uygulanan kuvvetler, cismin iç kuvvetlerinin tepkisinden fazla ise cisim kopar. Cismin kopmaması ve güvende çalışabilmesi için uygulanan kuvvetin cismin gösterdiği maksimum tepkiden küçük olması gerekir. Cisme uygulanacak kuvvetin cismin iç gerilim kuvvetinden küçük olmasını sağlamak için kullanılan değere **emniyet katsayısı** denir. Örneğin, cisim maksimum 10000 kg'lık tepki verebiliyorsa cisme en fazla 10000 kg veya daha az bir kuvvet uygulanmalıdır. Bu şekilde çalışan makine elemanlarında kırılma, kopma ve ezilme gibi durumlarla karşılaşılmaz. Emniyet katsayısı **(EKS)** cisimlerin malzemelerine göre deney yapılarak bulunan bir değerdir. Bu değerler, cisme uygulanacak kuvvetlerin maksimum gerilimine göre hesaplanarak cismin bozulmadan çalışmasını sağlar. Tablo 2.3'te bazı malzemelere göre emniyet katsayıları verilmiştir. Emniyet katsayısı; çekme dayanımının esneklik sınırına oranı **(a)**, yükün cinsi **(b)** ve emniyet payının **(c)** çarpımı sonucu bulunur **(E = a . b . c)**.

Tablo 2.3: Malzemelere Göre Emniyet Katsayı Tablosu

Gereç	Çekme Dayanımı/ Esneklik Sınırı (a)	Yükün Cinsi (b)	Emniyet Payı (c)	Emniyet Katsayısı (EKS)
Dökme demir ve diğer dökümler	2	1	2	4
Dövme demir ve yumuşak çelik	2	1	1,5	3
Alaşımlı çelik	1,5	1	1,5	2,25
Sertleştirilmiş çelik	1,5	1	2	3
Bronz ve pirinç	2	1	1,5	3

2.1.8.3. Emniyetli Gerilim

Malzemelerin etkilendikleri dış kuvvetleri, emniyetle taşıyabileceği gerilime **emniyetli gerilim** denir. Cismin kesitinin birim alanına düşen kuvvet, cismin birim alanının taşıyabileceği maksimum gerilimden ne kadar az olursa cisim dış kuvvetlere karşı o kadar dayanıklı olur. Emniyetli gerilim σ_{em} ile gösterilir ve maksimum gerilimin (σ_{max}) **EKS**'ye oranı ile bulunur ve formül şu şekilde ifade edilir:

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{max}}{EKS}$$

σ_{em} = Emniyetli gerilim (kg/cm²)

σ_{max} = Maksimum gerilim (kg/cm²)

EKS = Emniyet katsayısı

ÖRNEK

Maksimum gerilimi 800 kg/cm² olan çelik bir çubuğun emniyet katsayısı 5 ise emniyetli gerilimi kaç kg/cm²dir?

Verilenler	İstenen
σ_{max} = 800 kg/cm²	σ_{em} = ?
EKS = 5	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{800}{5} \qquad \boldsymbol{\sigma_{em} = 160\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Bir yük asansörünün etiketinde 3200 kg yük taşıyabileceği yazıyor. Asansör 6 emniyet katsayısı ile üretildiğine göre asansörün maksimum gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
σ_{em} = 3200 kg/cm²	σ_{max} = ?
EKS = 6	

ÇÖZÜM

$$3200 = \frac{\sigma_{max}}{6} \qquad \sigma_{max} = 3200 \cdot 6$$

$$\boldsymbol{\sigma_{max} = 19200\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Tellerinin maksimum kopma gerilimi 6400 kg/cm² olan bir asansörün 800 kg/cm² emniyetli gerilimin olması isteniyor. Bu şartlara göre asansörün emniyet katsayısı kaç olmalıdır?

Verilenler	İstenen
σ_{em} = 800 kg/cm²	EKS = ?
σ_{max} = 6400 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$$800 = \frac{6400}{EKS} \qquad EKS = \frac{6400}{800}$$

$$\mathbf{EKS = 8}$$

4. SIRA SİZDE

Kopma gerilimi 8100 kg/cm² olan bir yük asansörünün emniyetli gerilimi 900 kg/cm² ise bu asansörün emniyet katsayısını bulunuz.

5. SIRA SİZDE

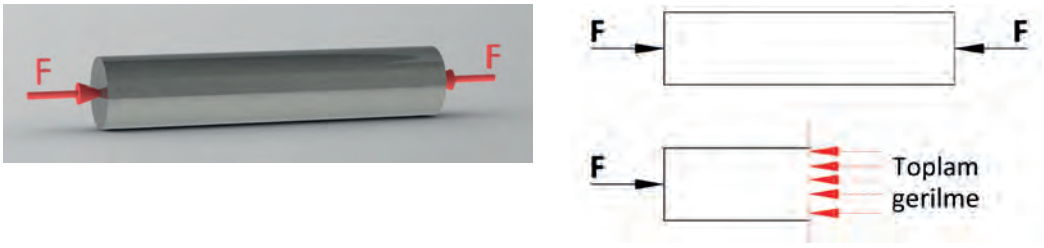
Emniyet katsayısı 8 ve emniyetli gerilimi 7200 kg/cm² olan çelik malzemeden üretilecek bir cismin maksimum gerilimini bulunuz.

6. SIRA SİZDE

Dökme demirden üretilecek bir makine parçasının emniyet katsayısı 5 ve emniyetli gerilimi 230 kg/cm² ise bu makine parçasının maksimum gerilimini bulunuz.

2.2. BASILMA DAYANIMI

Bir cismi ekseni doğrultusunda etkileyen dış kuvvetler, malzeme kesit alanına dik bir şekilde ve birbirine doğru **F** kuvvetiyle yaklaştıkça cismi sıkıştırarak cismin iç yapısında basınç (basılma) meydana getirir (Görsel 2.7). Basılma sırasında cismin iç yapısındaki iç kuvvetlerin birim alanına gelen miktara **basılma gerilimi** denir.



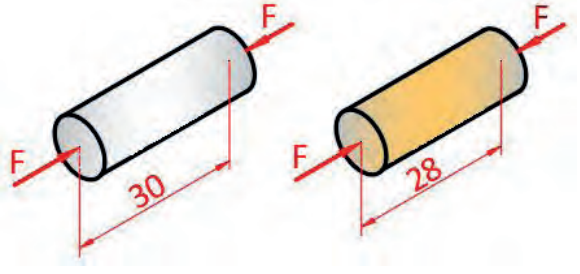
Görsel 2.7: Basılma dayanımı

Basılma gerilimi, cismin yapıldığı malzemenin basmaya karşı göstermiş olduğu dirençtir. Gerilme değeri, kuvvet kesit alanına bölünerek bulunur ve **d** harfi ile gösterilir. Bazı kaynaklarda **b** harfi ile de gösterilmiştir. Bir malzemenin basmaya karşı göstermiş olduğu maksimum direnç basma deneyi ile bulunur. Basma deneyinde cisim, bir süre dış kuvvetlerin etkisinde kalır. Bu süre sonunda da cisim kırılır, ezilir ya da dağılır (Görsel 2.8).



Görsel 2.8: Basma deneyi eğrisi

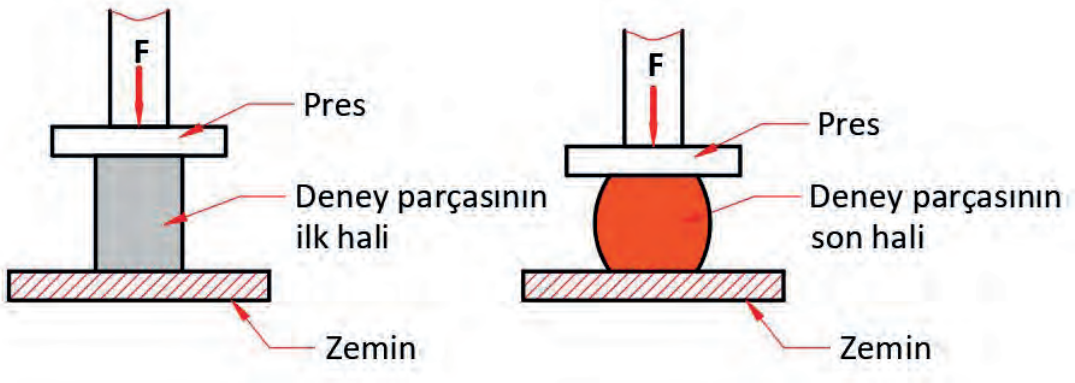
Basılmaya zorlanan cisimlerdeki şekil değişimleri genellikle kısalma şeklinde olur. Bu durum Görsel 2.9'da malzemede basma sonucu oluşan kısalma şeklinde gösterilmiştir. Sert malzemelerdeki kısalmalar gözle görülmez. Bunun için gerilme deneylerinde hassas ölçü aletleri kullanılarak malzemedeki şekil değişimi hesaplanır. Dökme demir, çelik, beton, taş gibi malzemelere basılma deneyleri yapılarak bu malzemelerin basılma dayanımları ölçülür. Bir binanın kolonundan veya makine parçalarından rastgele örnekler alınır.



Görsel 2.9: Malzemede basma sonucu oluşan kısalma

Alınan örneklere basılma kuvveti uygulanarak kaç kg veya kaç tona kadar hangi şekil değişikliklerinin oluştuğu ölçülür. Bir binanın kolonundan alınan belirli ölçüdeki beton bir kesite, basılma kuvveti uygulanarak malzemenin dağılmadan dayanabileceği basılma gerilim miktarı ölçülür. Bu sayede binanın kolonunun kaç tona kadar dayanabileceği ve depreme dayanıp dayanamayacağı tespit edilir.

Gevrek malzemelerde basınç temini deney sonuna kadar zordur. Malzeme deney sırasında kırılıp dağılır. Yumuşak malzeme ise ortadan şişerek fıçı şeklini alır (Görsel 2.10). Deney örneği, maksimum gerilime ulaştığında **F** kuvveti artırılmaya devam edilirse cisim dağılır veya parçalanır. Malzeme yüzeyine dik, eksene paralel şekilde uygulanan kuvvetler; bina kolonları, piston kolları, pres makineleri, zımbalar, kalıp kesme zımbaları basılma kuvveti hareketlerine örnek verilir.



Görsel 2.10: Basılma deneyi

2.2.1. Basılmaya Zorlanan Elemanlar

Basılma deneyi taş, beton, dökme demir, çelik gibi malzemelere uygulanır. Bu cisimlere uygulanan **F** kuvveti sonucunda cisim ezilir veya kısalır. Bu kısalma sigma **(σ_b)** ile gösterilir ve birimi **kg/cm²**dir. Basılma sonrası kısalma uygulanan **F** kuvvetinin cismin kesit alanına oranı şu şekilde bulunur:

$$\text{Basılma dayanımı} = \frac{\text{Uygulanan kuvvet}}{\text{Kesit alanı}}$$

$$\sigma_b = \frac{F}{A} \quad (kg/cm^2)$$

σ_b = Basılma dayanımı (kg/cm^2)

F = Uygulanan kuvvet (kg)

A = Kesit alanı (cm^2)

A kesit alanıdır ve birimi **cm²**dir. Kesit şekilleri kare, daire, dikdörtgen, üçgen, altıgen, yamuk vb. olabilir. Bu şekillerin kesit alanı ve çevre hesaplaması Tablo 2.4'te verilmiştir.

Tablo 2.4: Bazı Geometrik Şekillerin Alan ve Çevre Formülleri

Geometrik Şekil	Alanı	Çevresi	Geometrik Şekil	Alanı	Çevresi
 Kare	$A = a^2$	$Ç = 4.a$	 Paralelkenar	$A = a.h$	$Ç = 2a + 2b$
 Daire	$A=\frac{\pi.d^2}{4}$ $A = \pi.r^2$	$Ç = 2\pi.r$ $Ç = \pi.d$	 Daire halkası	$A=\frac{\pi.(D^2-d^2)}{4}$	$L = \frac{D-d}{2}$
 Dikdörtgen	$A = a.b$	$Ç = 2a + 2b$	 Küp	$A = 6.a^2$	$Ç = 24.a$
 Üçgen	$A=\frac{a.h}{2}$	$Ç = a + 2 + c$	 Prizma	$A = 2(ab+bc+ac)$	Hacmi $V= a.b.c$

ÖRNEK

Bir kenarının uzunluğu 20 cm olan kare kesitli betonarme kolonun taşıdığı yük 16 ton olduğuna göre kolonda meydana gelen gerilmeyi bulunuz.

Verilenler	İstenen
A = 20.20 cm	σ_b = ?
F = 16 ton = 16000 kg	

ÇÖZÜM

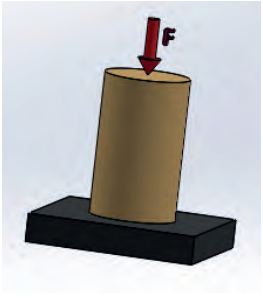
Kare kesit alanı $A = a^2$ olduğundan $A = 20 . 20$ $A = 400\ cm^2$ bulunur.
Bulunan bu kesit alanı, gerilim formülünde yerine yazılarak istenen gerilme bulunur.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} \qquad \sigma_b = \frac{16000}{400} \qquad \boldsymbol{\sigma_b = 40\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Görsel 2.11'deki dairesel kesitli çelik profilin çapı 10 cm'dir. Basma gerilimi 500 kg/cm² ise çelik profili etkileyen kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenen
σ = 500 kg/cm²	F = ?
d = 10 cm	



Görsel 2.11: Çelik profil

ÇÖZÜM

Bu örnekte ilk olarak çelik çubuğun kesiti daire olduğu için dairenin alanı bulunarak çözüme başlanır.

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad A = \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{4} \qquad A = \frac{314}{4} \qquad \mathbf{A = 78{,}5\ cm^2}$$

Alan bulunduktan sonra basılma gerilimi formülünde verilenler ve alan gerekli yerlere yazılarak istenen F kuvveti bulunur.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} \qquad 500 = \frac{F}{78{,}5} \qquad F = 500 \cdot 78{,}5 \qquad \mathbf{F = 39250\ kg}$$

ÖRNEK

Çapı 30 cm olan daire kesitli betonarme kolonun taşıdığı yük 20 ton olduğuna göre kolonda meydana gelen gerilmeyi bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 30 cm	σ_b = ?
F = 20 ton = 20000 kg	

ÇÖZÜM

$$\sigma_b = \frac{20000}{\frac{3{,}14 \cdot 30^2}{4}} \qquad \sigma_b = \frac{80000}{2826}$$

$$\mathbf{\sigma_b = 28{,}30\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Görsel 2.12'deki dikdörtgen kesitli beton bloka 12 tonluk kuvvetle 40 kg/cm² basılma gerilimi uygulanıyor. Dikdörtgen kesitli beton blokun kısa kenarı 10 cm ise uzun kenarı kaç cm'dir?

Verilenler	İstenen
F = 12 ton = 12000 kg	b = ?
σ = 40 kg/cm²	
a = 10 cm	



Görsel 2.12: Beton blok

ÇÖZÜM

Önce verilenler formülde yerlerine yazılır ve dikdörtgen kesitin alanı bulunur.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} \qquad 40 = \frac{12000}{A} \qquad A = \frac{12000}{40} \qquad A = 300\ cm^2$$

Dikdörtgenin alan formülü A = a . b olduğundan 300 = 10 . b **b = 30 cm** bulunur.

ÖRNEK

Görsel 2.13'teki dairesel boru profilli düşey kolonu 64764 kg'lık yük etkilemektedir. Bu boru profilinin güvenli basılma gerilimi 300 kg/cm²dir. Çubuğun dış çapı 30 cm olduğuna göre çubuğun iç çapını bulunuz.

Verilenler	İstenen
F = 64764 kg	d = ?
D = 30 cm	
σ = 300 kg/cm²	



Görsel 2.13: Boru profil

ÇÖZÜM

$$\sigma_b = \frac{F}{A} \qquad 300 = \frac{64764}{\frac{3{,}14\,.\,30^2}{4} - \frac{3{,}14\,.\,d^2}{4}} \qquad 300 = \frac{64764\,.\,4}{2826 - 3{,}14\,.\,d^2}$$

2826 - 3,14 . d² = 863,52 işlemi elde edilir. Son olarak d bilinmeyeni yalnız bırakılır. Gerekli matematiksel işlem yapılır ve d'nin çapı bulunur.

$$d^2 = \frac{2826 - 863{,}52}{3{,}14} \qquad d^2 = 625 \qquad \sqrt{d^2} = \sqrt{625} \qquad \mathbf{d = 25\ cm}$$

7. SIRA SİZDE

Bir hidrolik pres, 50 cm boyunda ve 12x20 cm kesitindeki çelik bloku 60 tonluk bir kuvvet uygulayarak sıkıştırıyor. Çubukta meydana gelen basılma gerilimini bulunuz.

8. SIRA SİZDE

Bir şahmerdan çekicinin örse her vurmasında örsün cm^2sinde 300 kg/cm^2lik gerilim meydana geliyor. Örsün kesiti 60x100 mm ise darbe kuvveti kaç kg'dır?

9. SIRA SİZDE

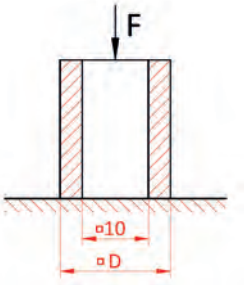
Görsel 2.14'te görülen iç çapı 10 cm olan silindirik boruyu etkileyen kuvvet 100 tondur. Malzemenin emniyetli dayanımı 800 kg/cm^2 olduğuna göre borunun et kalınlığını bulunuz.



Görsel 2.14: Silindir boru

10. SIRA SİZDE

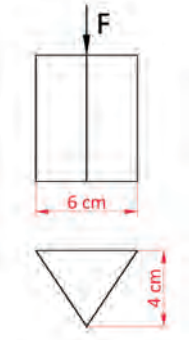
Görsel 2.15'te ölçüleri verilmiş kare kesitli profil çubuğu etkileyen kuvvet 121 tondur. Bu profilin güvenli dayanımı ise 121 kg/cm^2dir. Kare profilin iç ölçüsü 10 cm olduğuna göre dış ölçüsünü bulunuz.



Görsel 2.15: Kare profil boru

11. SIRA SİZDE

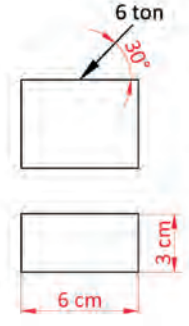
Görsel 2.16'da ölçüleri verilmiş üçgen kesitli profil çubukta meydana gelen basılma gerilimi 160 kg/cm^2 ise çubuğa uygulanan kuvveti bulunuz.



Görsel 2.16: Üçgen profil

12. SIRA SİZDE

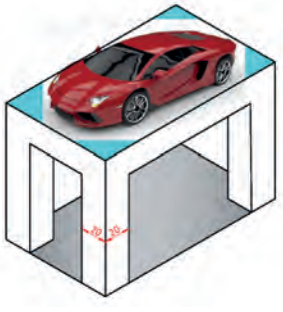
Görsel 2.17'de ölçüleri verilmiş dikdörtgen kesitli dökme demir çubuğu 30° açıyla 6 tonluk bir kuvvet etkiliyor. Çubuğu etkileyen bu kuvvetin malzemede meydana getirdiği basılma gerilimini bulunuz. (Sin 30° = 0,5)



Görsel 2.17: Dökme demir çubuk

13. SIRA SİZDE

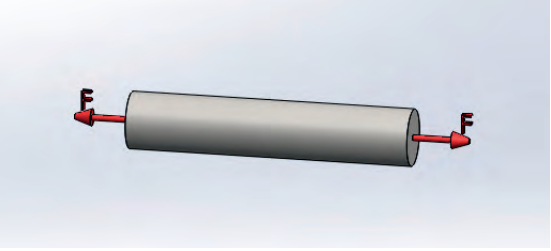
Görsel 2.18'de ağırlığı 2 ton olan otomobil, ağırlığı 3 ton olan dört ayaklı beton platform üzerine yerleştirilmiştir. Platformu taşıyan ayakların kesiti 20x20 cm olduğuna göre yer çekimi ihmal edilerek platformun bir ayağına gelen basılma gerilimini bulunuz.



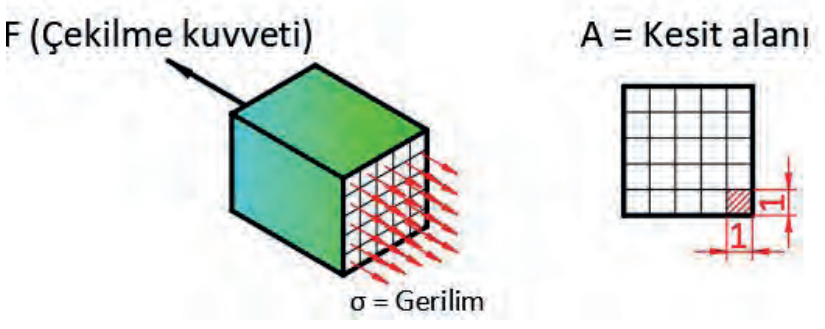
Görsel 2.18: Otomobil platformu

2.3. ÇEKİLME DAYANIMI

Bir malzemeyi etkileyen kuvvetler eksen boyunca zıt yönde uygulanırsa çekilme meydana gelir. Bununla ilgili dayanıma da **çekilme dayanımı** denir (Görsel 2.19). Çekilme dayanımı, cismin molekül yapısına ve kesit alanına bağlıdır. Makine elemanlarının çoğu çekilmeyle çalışır. Çekilmeye maruz kalan makine elemanı ya uzayarak ya da koparak işlevini kaybeder. Makine elemanlarının işlevini yitirmeden çalışabilmesi kesit alanına bağlıdır (Görsel 2.20). Cisimlerin malzemeleri farklılık gösterir. Her malzemenin kendine has molekül yapısı olduğu için dayanımları da farklıdır. Plastik, çelik, dökme demir, ağaç, bronz, alüminyum gibi malzemelerin dayanımları birbirinden farklıdır.



Görsel 2.19: Çekilme dayanımı



Görsel 2.20: Çekilme dayanımı birim alanı

Çekilme dayanımı **($\sigma_ç$)**, kesit alanına dik olduğu için uygulanan kuvvetin **(F)** kesit alanına **(A)** oranı ile bulunur. Birimi ise **kg/cm²**dir.

$$\text{Çekilme dayanımı} = \frac{\text{Uygulanan kuvvet}}{\text{Kesit alanı}} \qquad \sigma_ç = \frac{F}{A} \left(\frac{kg}{cm^2}\right)$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

$\sigma_ç$ = Çekilme dayanımı (daN/cm²)

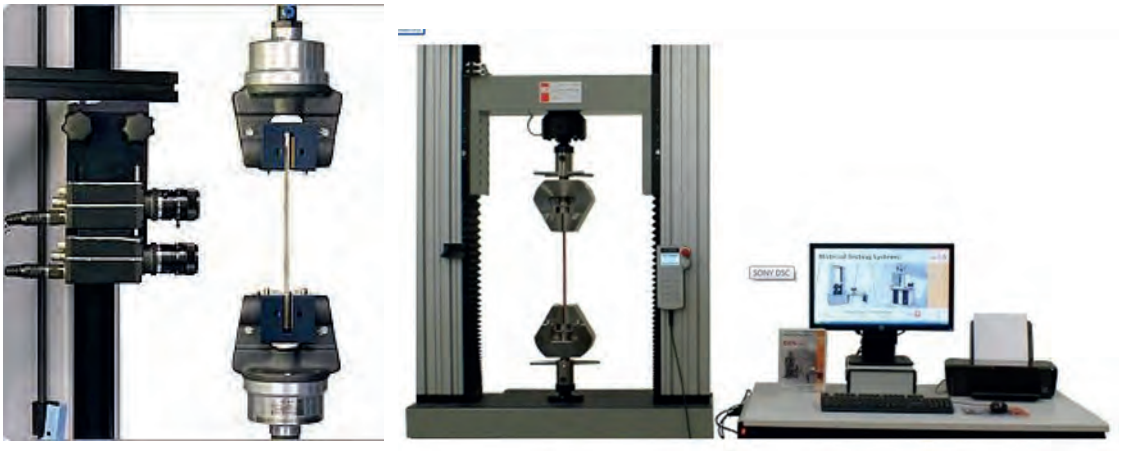
F = Uygulanan kuvvet (daN)

A = Kesit alanı (cm²)

Kesit şekilleri kare, daire, dikdörtgen, üçgen, altıgen, yamuk vb. olabilir. Bu şekillerin kesit alanı ve çevre hesaplaması Tablo 2.4'te verilmişti.

2.3.1. Çekme Deneyi

Üretilen makine parçalarının çekmeye karşı dayanımlarını bulmak için çekme deneyleri yapılır. Üretilen makine elemanından rastgele numune alınır ve çekme testi makinesine bağlanır. Bilgisayar destekli ve özel olarak tasarlanmış çekme testi makineleri, yapılan test sonucunu bilgisayara aktaran cihazlardır (Görsel 2.21).

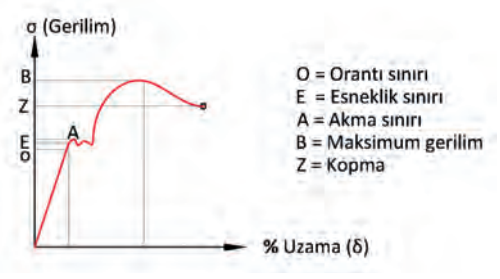


Görsel 2.21: Çekme testi makineleri

Çekme testinde makine parçası, test cihazının çenelerine bağlanır. Çeneler sayesinde makine elemanına kuvvet uygulanır. Kuvvet uygulaması sırasında malzemede meydana gelen değişimler bilgisayara aktarılır. Kuvvet uygulanmaya devam ettiği sürece malzemedeki gerilme ve uzama artar. Malzemenin boyu orantı sınırına gelince malzemede kalıcı değişimler başlar. Malzemeye yüklenebilecek en fazla gerilmeye **orantı sınırı** denir. Orantı sınırını geçmeden uygulanan kuvvet kaldırılırsa malzeme eski boyuna geri döner.

Çekme kuvveti arttırılarak devam ettiğinde malzeme uzamaya başlayacaktır. Lastik malzemeler kuvvet ortadan kaldırıldığında tekrar eski boyutuna döner. Bu malzemelerin uzamasına **elastik uzama** denir. Elastik olmayan sert malzemelere zıt yönlü kuvvet uygulanırsa malzemede belirli bir kuvvete kadar herhangi bir şekil değişimi meydana gelmez. Ancak kuvvet uygulanmaya devam edilirse malzemede şekil değişimi başlar. Cisim, kuvvetin etkisi ile lastik malzemeler gibi bir noktadan sonra uzamaya başlar. Cismin uzamaya başladığı bu sınır noktasına **elastiklik sınırı** denir. Kuvvet uygulanmaya devam edilirse malzemede kalıcı şekil değişimleri meydana gelir ve malzeme akmaya başlar. Bu sınıra ise **akma sınırı** denir. Akma sınırından sonra kuvvet uygulanmaya devam edilirse malzemede kopma meydana gelir. Malzemenin koptuğu noktaya da **kopma noktası** denir.

Çelik malzemelerde, sembol ifadesinin yanındaki değer malzemenin kopma değeridir. Örneğin, **Fe 37** yumuşak çeliğin **1 mm²** kesitli parçasının kopması için **37 daN (370 N)** kuvvete ihtiyacı vardır. Bu deney sonrası çekme deneyi diyagramı oluşur. Malzemenin ne kadarlık bir kuvvete dayanabileceği ve ne kadarlık bir kuvvetin etkisinde kalırsa kopacağı bulunur. Bu sınır noktaları **Hooke (Huk) Kanunu** da denilen çekme deneyi ile belirlenmiştir. Kullanacak malzemenin emniyetli gerilim ve elastiklik sınırları çekme deneyi sonucunda elde edilir (Görsel 2.22).



Görsel 2.22: Çekme deneyi diyagramı

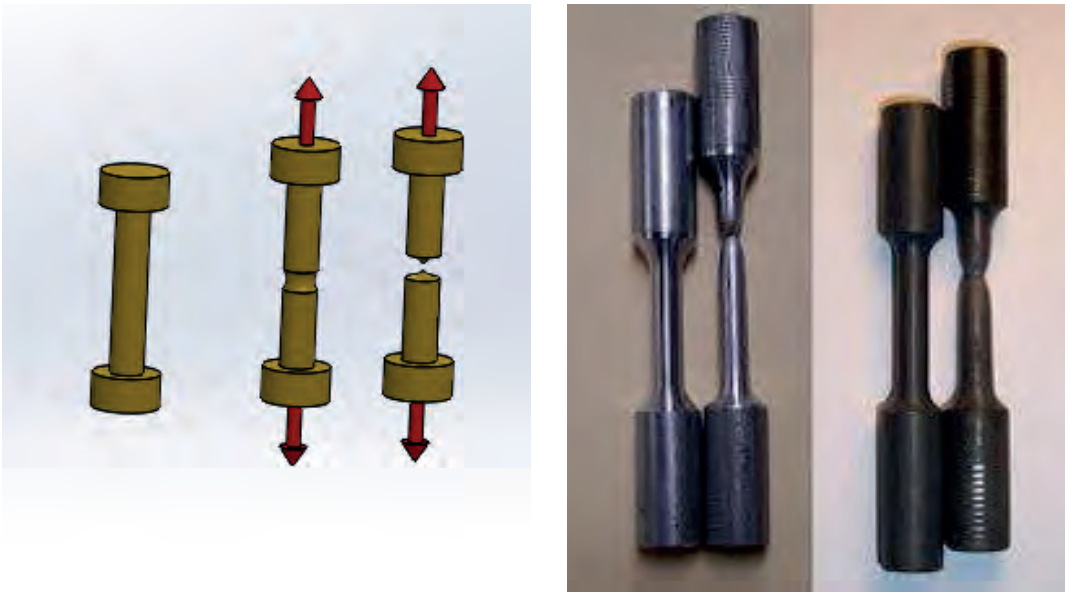
Tablo 2.5: Elastikiyet Modülü

Gerecin Cinsi	Elastikiyet Modülü (kg/cm^2)
Çelik	2.10^6 - $2,2.10^6$
Bakır ve bronz	$1,1.10^6$
Dökme demir	$0,8.10^6$ - $1,4.10^6$
Düralümin	$0,65.10^6$ - $0,75.10^6$
Kurşun	$0,15.10^6$
Ağaç	$0,09.10^6$ - $0,18.10^6$

Bir cismin güvenli çalışabilmesi için emniyetli çekme geriliminin maksimum çekilme geriliminden daima büyük olması gerekir. Hesap yapılırken bu ilke göz önünde bulundurulmalıdır. Yapılan hesaplamada cismin akma sınırı ve emniyet katsayısının bilinmesi gerekir (Tablo 2.5).

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} < \sigma_{çem} = \frac{\sigma_{ak}}{EKS}$$

Görsel 2.23'te çekme deneyinin öncesi ve sonrasında malzemenin durumu görülmektedir.

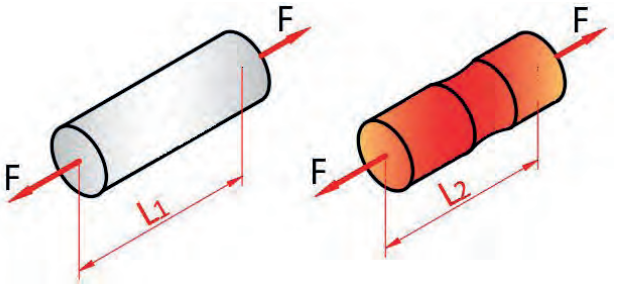


Görsel 2.23: Çekme deneyi öncesi ve sonrasında malzemenin durumu

2.3.2. Hooke Kanunu

Çekilme deneyleri sonucunda oluşan kısalma ve gerilme basılma dayanımı için de geçerlidir. Çekme sırasında cisim uzamaya başlarsa basılma etkisindeki cisim de kısalmaya başlayacaktır. Uzama veya kısalmanın olabilmesi için gerecin yalnızca tek yönlü bir gerilmeyle yüklenmesi ve elastiklik sınırının aşılmaması gerekir.

Yapılan deneyler ve incelemeler göstermiştir ki elastik kabul edilen bütün malzemeler orantı sınırına kadar aynı özellikleri gösterir. Bu sınır aşıldığında uygulanan kuvvetlerin etkisiyle malzemede şekil değişimi başlayacaktır (Görsel 2.24).



Görsel 2.24: Cisimlerin şekil değiştirmesi

Görsel 2.24'te görüldüğü gibi uygulanan kuvvet cismin boyunu L_1den L_2ye kadar uzatmıştır. Toplam uzamaya **ΔL** denilirse $\Delta L = L_2 - L_1$ olur.

$$\%\ \text{Uzama miktarı} = \frac{\text{Çubuğun son boyu} - \text{Çubuğun ilk boyu}}{\text{Çubuğun ilk boyu}}$$

Uzama veya kısalma arasındaki ilk bağıntı "Kuvvet ne kadarsa uzama da o kadardır." sözü ile anılan İngiliz bilim insanı **Robert Hooke** (Rabırt Huk) tarafından ortaya konmuştur. Hooke Kanunu'na göre elastiklik sınırı içinde olmak şartı ile bir cisimde meydana gelen her türlü şekil değişiklikleri gerilme ile orantılıdır (Görsel 2.25).



Görsel 2.25: Eğim (Elastikiyet modülü)

Eğim = $\text{Tan}\alpha = \frac{\sigma_E}{\delta_E}$ **Tanα** eğimine gerecin **elastikiyet modülü** denir. $\mathbf{E} = \frac{\sigma_E}{\delta_E}$ olarak bulunur. Eğer gerilme ve şekil değiştirme eksenel bir **F** yükünün sonucu ise uzama veya kısalma meydana gelir. Bu durumda toplam uzama veya kısalma formülü;

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

olarak bulunur. Bu formüldeki ifadeler aşağıda verilmiştir.

ΔL = Cisimde meydana gelen uzama miktarı (cm)

F = Cisme uygulanan kuvvet (kg)

L = Cismin boyu (cm)

E = Elastikiyet modülü (kg/cm^2)

A = Cismin kesit alanı (cm^2)

ÖRNEK

Çapı 100 mm olan daire kesitli bir çubuğa 7500 kg'lık bir yük bağlanıyor. Çubukta meydana gelen çekilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 100 mm = 10 cm	$\sigma_ç$ = ?
F = 7500 kg	

ÇÖZÜM

$$\sigma_ç = \frac{7500}{\frac{3{,}14 \,.\, 10^2}{4}} \qquad \sigma_ç = \frac{30000}{314}$$

$$\boldsymbol{\sigma_ç = 95{,}54\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Malzemesi St 37 olan çelik çubuğun kullanılacağı makine sisteminde emniyet katsayısı 5 olarak belirleniyor. Çelik çubuğun akma gerilimi 2500 kg/cm² ise emniyetli gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
EKS = 5	σ_{em} = ?
σ_{ak} = 2500 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{2500}{5}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{em} = 500\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Kare kesitli ve bir kenarı 2 cm olan çelik çubuğun boyu 600 cm ve elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm²dir. Bu çubuğa 1200 kg'lık bir yük bağlanırsa çubukta meydana gelecek uzamayı bulunuz.

Verilenler	İstenen
A = 2 .2 = 4 cm²	ΔL = ?
E = 2. 10^6 kg/cm²	
F = 1200 kg	
L = 600 cm	

ÇÖZÜM

$$\Delta L = \frac{1200 \,.\, 600}{2.10^6 \,.\, 4} \qquad \Delta L = \frac{720000}{8000000}$$

ΔL = 0,09 cm

ÖRNEK

Uzun kenarı 2 cm, kısa kenarı 1 cm olan dikdörtgen kesitli bir çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm²dir. Çubuk ekseni boyunca 1800 kg'lık bir kuvvet ile çekilmektedir. Çekilme sonucunda çubuk 0,09 cm uzadığına göre çubuğun ilk boyunu bulunuz.

Verilenler	İstenen
A = 1 . 2 = 2 cm²	L = ?
E = 2.10^6 kg/cm²	
F= 1800 kg	
ΔL = 0,09 cm	

ÇÖZÜM

$$0{,}09 = \frac{1800 \,.\, L}{2.10^6 \,.\, 2} \qquad L = \frac{0{,}09 \,.\, 4 \,.\, 10^6}{1800}$$

$$L = \frac{360000}{1800} \qquad \mathbf{L = 200\ cm}$$

ÖRNEK

Daire kesitli çelik çubuğun kesit alanı 8 cm², boyu 300 cm ve elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm²dir. Çubuk ekseni boyunca çekilerek 0,08 cm uzadığına göre çubuğu çeken kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenen
A = 8 cm²	F = ?
E = 2.10^6 kg/cm²	
ΔL = 0,08 cm	
L = 300 cm	

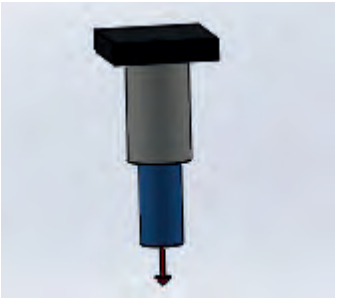
ÇÖZÜM

$$0{,}08 = \frac{F \,.\, 300}{2.10^6 \,.\, 8} \qquad F = \frac{0{,}08 \,.\, 16 \,.\, 10^6}{300}$$

$$F = \frac{1280000}{300} \qquad \mathbf{F = 4266{,}67\ kg}$$

ÖRNEK

Görsel 2.26'da dairesel kesitli 15 mm çelik çubuk ve 10 mm alüminyum çubuğun birlikte 2000 kg ile çekildiği görülmektedir. Çelik çubuğun boyu 120 mm ve elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2, alüminyum çubuğun boyu ise 80 mm ve elastikiyet modülü 7.10^5 kg/cm^{2}dir. Çubukların uzama miktarlarını ayrı ayrı bulunuz.



Görsel 2.26: Alüminyum ve çelik çubuk

Verilenler	**İstenenler**
$d_ç$ = 15 mm = 1,5 cm	$\Delta L_ç$ = ?
L_{Al} = 80 mm = 0,8 cm	ΔL_{Al} = ?
$L_ç$ = 120 mm = 12 cm	
d_{Al} = 10 mm = 1 cm	
$E_ç$ = 2.10^6 kg/cm^2	
E_{Al} = 7.10^5 kg/cm^2	
F = 2000 kg	

ÇÖZÜM

Hem çelik hem de alüminyum çubuğa gelen yük eşittir yani her iki çubuğu 2000 kg yük etkiler. Bu sebepten uzama miktarı her çubuk için ayrı ayrı bulunur.

$$Aç = \frac{\pi . d^2}{4} \qquad Aç = \frac{3{,}14 . 1{,}5^2}{4} \qquad Aç = \frac{7{,}07}{4} \qquad \mathbf{Aç = 1{,}77 cm^2}$$

$$Aal = \frac{\pi . d^2}{4} \qquad Aal = \frac{3{,}14 . 1^2}{4} \qquad Aal = \frac{7{,}07}{4} \qquad \mathbf{Aal = 0{,}79\ cm^2}$$

$$\Delta Lç = \frac{2000 . 12}{1{,}77 .\ 2.10^6} \qquad \Delta Lç = \frac{24000}{3540000} \qquad \mathbf{\Delta Lç = 0{,}007\ cm}$$

$$\Delta Lal = \frac{2000 . 0{,}8}{0{,}79 . 7 . 10^5} \qquad \Delta Lal = \frac{1600}{553000} \qquad \mathbf{\Delta Lal = 0{,}003\ cm}$$

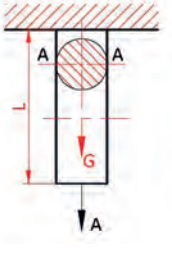
Hooke Kanunu'nun formülü, ağırlığın ihmal edildiği ve sadece dış kuvvetlerin etki ettiği durumlarda kullanılır. Ancak uzun boylu ve kesit alanı büyük çubukların ağırlığı hesaba katılmalıdır. Çubukların en tehlikeli kesitine göre hesap yapılır (Görsel 2.27). Toplam uzama, dış kuvvetin ve çubuk ağırlığından dolayı uzamaların toplamı olur. Hesap yapılırken de çubuğun ortalama ağırlığı alınır. Çubuğun ortalama ağırlığı (G); çubuk boyu (L), çubuk alanı (A) ve çubuğun özgül ağırlığının (ɣ) çarpımı ile bulunur (G= A . L . ɣ).

Çubuğun ağırlığından oluşan uzama (ΔL_1) $\quad \Delta L_1 = \frac{L . \frac{G}{2}}{E . A}$

Çubuğun dış kuvvetler etkisi ile uzama (ΔL_2) $\quad \Delta L_2 = \frac{F . L}{E . A}$

Çubuğun toplam uzaması (ΔL) $\quad \Delta L = \frac{L . \frac{G}{2}}{E . A} + \frac{F . L}{E . A}$

$$\Delta L = \frac{L (\frac{G}{2} + F)}{E . A}$$



Görsel 2.27: Ağır çubuklar

ÖRNEK

Ankastre düşey çelik çubuk 10 m boyunda ve 10 cm çapındadır. Çubuğun ucuna 3000 kg yük asılmış ve çubuğun özgül ağırlığı 7,8 g/cm^3 olduğuna göre çubuğun uzamasını bulunuz.

Verilenler	İstenen
L = 10 m = 100 cm	ΔL = ?
d = 10 cm	
F = 3000 kg	
ɣ = 7,8 g/cm^3	
E = 2.106 kg/cm^2	

ÇÖZÜM

G = 3,14 . 10^2/4 . 100 . 7,8 = **61230 kg**

$$\Delta L = \frac{L\,(\frac{G}{2} + F)}{E\,.\,A} \qquad \Delta L = \frac{100\,.\,(\frac{61230}{2} + 3000)}{2.10^6\,.\,\frac{3{,}14\,.\,10^2}{4}} \qquad \Delta L = \frac{3361500}{157.10^6}$$

$$\Delta L = 0,02 \text{ cm}$$

14. SIRA SİZDE

Çekilmeye çalışılan çelik çubuğun boyu 40 cm, dik kesit alanı 10 cm^{2}dir. Çubuğa uygulanan kuvvet 300 kg ve çeliğin elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 ise çubukta meydana gelecek uzamayı bulunuz.

15. SIRA SİZDE

75 cm uzunluğundaki çelik çubuk 1000 kg/cm^2 çekilme geriliminin etkisi altındadır. Çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 ise toplam uzamayı bulunuz.

16. SIRA SİZDE

Akma sınırı 1600 kg/cm^2 olan bir çubuğun emniyet katsayısının 4 olması isteniyor. Bu çubuğun emniyetli gerilimini bulunuz.

17. SIRA SİZDE

Kopma gerilimi 5000 kg/cm² olan kare kesitli bir çubuğun 5 emniyet katsayısı ile 100 kg yük taşıması isteniyor. Bu çubuğun kesit ölçülerini bulunuz.

18. SIRA SİZDE

Uzunluğu 750 mm olan çelik çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm²dir. Bu çubuk çekme kuvvetinin etkisiyle 0,5 mm uzuyor. Çubuğun kesit alanı 8 cm² ise uzamayı gerçekleştiren kuvveti bulunuz.

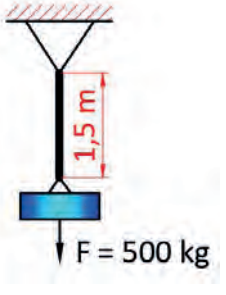
19. SIRA SİZDE

Görsel 2.28'de 1,5 m boyundaki yuvarlak çelik çubuğun ucuna 500 kg'lık yük asılmıştır. Çelik çubuk St 37 kg/cm² malzemeden yapılmış ve çubuğun akma sınırı 20 kg/cm² ölçülmüştür. Elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm² ve emniyet katsayısı 2 olan bu çubuğun;

a) Emniyetli gerilimini,

b) Çelik çubuğun kesit çapını,

c) Çelik çubuktaki uzamayı bulunuz.



Görsel 2.28: Çelik çubuk

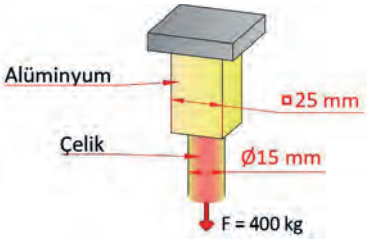
20. SIRA SİZDE

Görsel 2.29'daki düzenekte kare kesitli 15 cm boyundaki alüminyum çubuk, daire kesitli 25 cm boyundaki çelik çubuğa bağlanıyor. Alüminyumun elastikiyet modülü 7.10^5 kg/cm² ve çeliğin elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm² ise 400 kg'lık yük etkisinde;

a) Çelikte ve alüminyumda meydana gelen gerilmeleri,

b) Çelikte ve alüminyumda meydana gelen uzamaları,

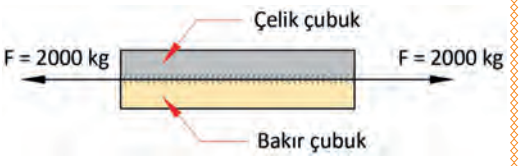
c) Toplam uzama miktarını bulunuz.



Görsel 2.29: Alüminyum ve çelik çubuk

21. SIRA SİZDE

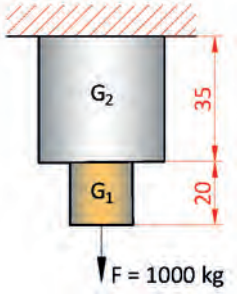
Görsel 2.30'da lehimle birleştirilmiş ve uzamaları eşit olan çelik ve bakır çubukların 2000 kg'lık yük etkisinde çekildikleri görülmektedir. Çelik çubuğun kesit alanı 12 cm², elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm²dir. Bakır çubuğun kesit alanı ise 10 cm² ve elastikiyet modülü $1{,}1.10^6$ kg/cm²dir. Bu çubuklarda meydana gelen gerilmeleri bulunuz.



Görsel 2.30: Lehimlenmiş çubuklar

22. SIRA SİZDE

Görsel 2.31'deki faturalı parçanın dik kesit alanları A_1 = 100 cm² ve A_2 = 80 cm²dir. Çelikten yapılan parçaların özgül ağırlıkları 7,8 g/cm³, elastikiyet modülü ise 2.10^6 kg/cm²dir. Bu parçalara 1000 kg'lık yük etki ettiğine göre toplam uzamayı bulunuz.



Görsel 2.31: Faturalı parça

2.3.3. Çekilmeye Zorlanan Elemanlar

2.3.3.1. Halatlar

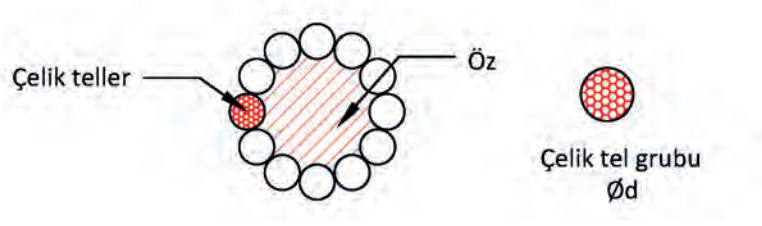
Tel halatlar, çapları **0,4** ile **3 mm** arasında değişen çelik tellerin sarmal biçimde gruplar hâlinde sarılması sonucu meydana gelir. Çekme dayanımları **130** ile **180 daN/mm²** olan tel halatlar akma ya da çekme pota çeliklerinden üretilir (Görsel 2.32).



Görsel 2.32: Çelik tel halatlar

Yüklerin kaldırılması ve taşınmasında, enerji nakil hatlarında, köprülerde vb. yerlerde kullanılır. Halatların kullanım yerlerine göre emniyet katsayıları; orta işlerde **7-12** değerleri arasında, hız gerektiren ve zorlu işlerde ise **22-24** değerleri arasında alınır. Tel halatların en çok kullanıldığı yerlerden birisi de asansörlerdir. Asansörlerde emniyet çok önemlidir. Asansörün tel halatının sarıldığı makaranın çapı, tel çapının en az beş yüz katı olmalıdır. Böylece halatın yorulması önlenmiş ve ömrü uzatılmış olur.

Tel halatlar önce gruplar hâlinde sarılır. Sonra bu grupların arasına **öz** denilen yumuşak bir malzeme konulur. Yumuşak malzeme halatın kolayca eğilip bükülmesini sağlar (Görsel 2.33).



Görsel 2.33: Halatın yapısı

Halatlarda meydana gelen çekilme gerilimi çok yüksek değerlere ulaşabilir. Tel halatlardaki emniyet gerilimi ise düşük bir değer alınmak şartıyla hesaplanabilir. Hesaplanan bu değer yaklaşık bir sonuçtur. Halatların kesit alanı, bir telin kesit alanının toplam tel sayısı ile çarpımı sonucu bulunur.

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} n$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

A = Toplam kesit alanı

d = Bir telin kesit çapı

n = Tel adedi

Tel halat hesaplamalarında telin emniyetli gerilimi mutlaka değerlendirilmelidir. Çünkü telin emniyetli gerilimi telin taşıyabileceği yükü belirler. Telin emniyetli gerilimi hesaba katılırsa formül şu şekilde olur:

$$F = \sigma_{em} \frac{\pi d^2}{4} n$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

F = Halatın taşıdığı kuvvet (kg)

σ_{em} = Emniyetli gerilim

d = Bir telin kesit çapı

n = Tel adedi

ÖRNEK

80 telden oluşan bir halatın tel çapı 0,5 mm ve emniyetli gerilimi 1250 kg/cm² ise taşıyacağı yük kaç kg'dır?

Verilenler	İstenen
n = 80	F = ?
d = 0,5 mm = 0,05 cm	
σ_{em} = 1250 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$$F = 1250 \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}05^2}{4} 80 \qquad F = \frac{785}{4}$$

$$\mathbf{F = 196{,}25\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

25 telden oluşan çelik halat, kopma gerilimi 6000 kg/cm² ve emniyet katsayısı 6 olarak üretiliyor. Çelik halatın taşıyacağı yük 400 kg olduğuna göre tel çapı kaç cm olmalıdır?

Verilenler	İstenenler
n = 25	σ_{em} = ?
σ_{kop} = 6000 kg/cm²	d = ?
EKS = 6	
F = 400 kg	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{kop}}{EKS} \qquad \sigma_{em} = \frac{6000}{6} \qquad \sigma_{em} = 1000\ kg/cm^2$$

$$F = \sigma_{em} \frac{\pi d^2}{4} n \qquad 400 = 1000 \frac{3{,}14 \,.\, d^2}{4} 25 \qquad d^2 = \frac{400 \,.\, 4}{1000 \,.\, 25 \,.\, 3{,}14} \qquad d^2 = \frac{1600}{78500}$$

$$d^2 = 0{,}02 \qquad d = \sqrt{0{,}02} \qquad \mathbf{d = 0{,}14\ cm}$$

23. SIRA SİZDE

0,3 mm çapında ve 40 telden oluşan halatın 250 kg yük taşıması isteniyor. Bu halatın emniyetli gerilimi kaç kg/cm² olmalıdır?

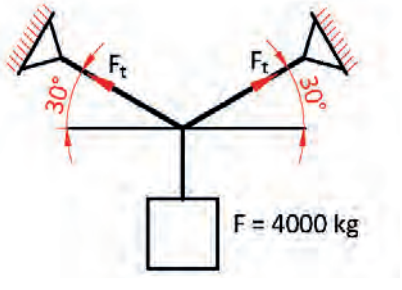
24. SIRA SİZDE

40 telden oluşan çelik halatın emniyetli gerilimi 1400 kg/cm², tel çapı 0,4 mm ise bu halatın taşıyabileceği yükü bulunuz.

25. SIRA SİZDE

15 telden oluşan çelik halat, kopma gerilimi 3000 kg/cm² ve emniyet katsayısı 6 olarak üretiliyor. Çelik halatın taşıyacağı yük 200 kg olduğuna göre tel çapı kaç cm olmalıdır?

26. SIRA SİZDE



Görsel 2.34: Tel

Görsel 2.34'te yatay ile 30° açı yapan 150 cm uzunluğundaki çelik teller 4000 kg yük taşımaktadır. Tellerin güvenli gerilimi 1200 kg/cm² ve elastikiyet modülü ise 2.10^6 kg/cm² olduğuna göre

a) Tel çapını,

b) Tellerdeki uzama miktarını bulunuz. (Sin 30° = 0,5)

2.3.3.2. Zincirler

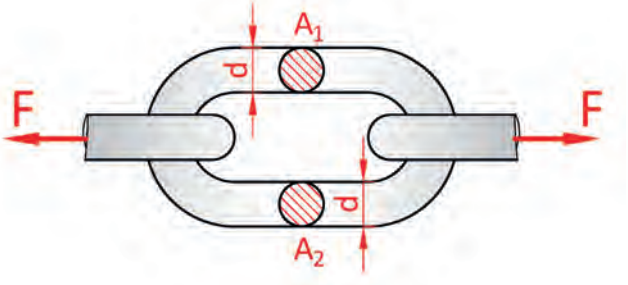
Zincirler, demir çubukların kalıplarda bükülüp kaynak edilmesi sonucu oluşur. Zincirler sanayide birçok alanda kullanılır. Görsel 2.35'te yuvarlak baklalı zincir görülmektedir. Bu zincirler genellikle yük kaldırma ve taşıma işlerinde kullanılır. Paslanmasını önlemek için de galvanizli olarak üretilir.



Görsel 2.35: Zincirler

Yuvarlak baklalı zincirlerin üretiminde, uçların kaynak yerleri dayanımı **%25** oranında azaltılır. Bu nedenle zincirin taşıyabileceği yükü hesaplarken bu durum göz önünde bulundurulmalıdır. Birçok halkadan oluşan zincir sistemini etkileyen kuvvet her halkayı aynı değerde zorlar. Zincir halkalarından biri kopsa sistem dağılır. Dolayısıyla her halkanın zincire gelen kuvveti taşıdığı kabul edilerek hesap yapılmalıdır.

Zincirlerin emniyet katsayıları **4-6** arasında alınmalıdır. Baklalı zincirlerin üretiminde, emniyet gerilimi **600 kg/cm²** olan yumuşak malzeme kullanılır. Zincirlerde iki kesit alanı bulunur. Zincire uygulanan kuvvet, her halkayı aynı değerde zorlayacağı için kesit alanlarının toplamına **(A_1 + A_2)** göre hesaplanır (Görsel 2.36).



Görsel 2.36: Zincire gelen kuvvetler

$$A = A_1 + A_2 \qquad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad A = \frac{\pi \cdot d^2}{2} \qquad \sigma_{em} = \frac{F}{A} \qquad \boldsymbol{\sigma_{em} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2}}$$

formülüyle bulunur.

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

F = Kuvvet (kg)

d = Zincir kesit çapı (cm)

σ_{em} = Emniyetli gerilim (kg/cm²)

ÖRNEK

250 kg yük kaldıran baklalı zincir çubuğun çapı 6 mm ise emniyetli gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
F = 250 kg	σ_{em} = ?
d = 6 mm = 0,6 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{2\,.\,250}{3{,}14\,.\,0{,}6^2} \qquad \sigma_{em} = \frac{500}{1{,}13}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{em} = 442{,}5\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Emniyetli gerilimi 600 kg/cm² ve çapı 5 mm olan baklalı zincir çubuk kaç kg yük taşır?

Verilenler	İstenen
σ_{em} = 600 kg/cm²	F = ?
d = 5 mm = 0,5 cm	

ÇÖZÜM

$$600 = \frac{2\,.\,F}{3{,}14\,.\,0{,}5^2}$$

$$F = \frac{600\,.3{,}14\,.0{,}25}{2} \qquad F = \frac{471}{2}$$

$$\boldsymbol{F = 235{,}5\ kg}$$

27. SIRA SİZDE

500 kg yük kaldıran baklalı zincir çubuğun çapı 8 mm ise emniyetli gerilimini bulunuz.

28. SIRA SİZDE

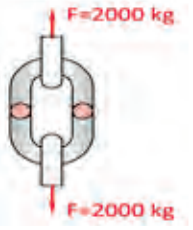
Emniyetli gerilimi 400 kg/cm² çapı ise 4 mm olan baklalı zincir çubuk kaç kg yük taşır?

29. SIRA SİZDE

Emniyetli gerilimi 500 kg/cm² çapı ise 5 mm olan baklalı zincir çubuk kaç kg yük taşır?

30. SIRA SİZDE

Görsel 2.37'de üzerine 2000 kg yük asılmış zincir baklası görülmektedir. Çekilme kuvvetinin etkisinde olan bu zincirin emniyetli gerilimi 600 kg/cm² olduğuna göre zincirin çapını bulunuz.



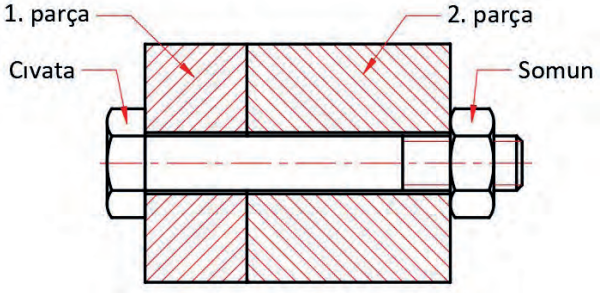
Görsel 2.37: Zincir

2.3.3.3. Cıvatalar

Sökülebilen birleştirme elemanlarından olan cıvatalar baş biçimine göre adlandırılır (Görsel 2.38). Cıvatalar baş şekillerine göre standartlaştırılmıştır. **Altı köşe başlı cıvatanın M10x50 TS 4016 5** şeklinde standart yazımı yapılır. Bu yazımdan cıvatanın altıgen başlı olduğu anlaşılır. Cıvata başlarının dayanımını artırmak için mil kısmında sıcak şekillendirme yapılır ve cıvatalar bu şekilde üretilir. Yani cıvatada herhangi bir bağlantı yoktur. Cıvatalar genellikle boy ekseni doğrultusundaki kuvvetin etkisinde kalır. Cıvataların görevi iki ya da daha fazla parçayı birbirine sökülebilir şekilde bağlamaktır. Bu bağlantıda parçanın bir kısmını cıvata başı tutarken diğer vida dişli ucuna ise somun sayesinde parça bağlanır (Görsel 2.39).



Görsel 2.38: Cıvata ve somun



Görsel 2.39: Cıvata ve somun bağlantısı

Cıvatalarda meydana gelen çekilme gerilimini bulmak için diğer dayanımlarda olduğu gibi uygulanan kuvvetin alana bölünmesi gerekir. Cıvataların ölçüsü verilirken **M** harfi kullanılır ve bu harf cıvata çapını belirtir. Cıvatalar dairesel kesitli parçalar oldukları için formül;

$\sigma = \frac{F}{A}$ dan $\sigma = \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}$ şeklinde yazılır. $\boldsymbol{\sigma_{em} = \frac{4F}{\pi \cdot d^2}}$ formülü ile elde edilir.

Eğer bağlantıda kullanılan cıvata birden fazla ise

$\boldsymbol{\sigma_{em} = \frac{4F}{\pi \cdot d^2} \cdot n}$ formülü kullanılır. Bu formülde **n** harfi cıvata sayısını belirtir.

Cıvatalarda diş dibi **(d_1)** bulunurken $\boldsymbol{d_1 = 0{,}8 \cdot d}$ formülü kullanılır. Alan hesabında $\boldsymbol{d_1}$in karesi alınacağından formül $\boldsymbol{d_1^2 = 0{,}64 \cdot d^2}$ şeklinde olur. Formülde bulunan değerler yerine yazılırsa cıvataya uygulanacak kuvvetin formülü bulunur.

$$\boldsymbol{F = \sigma_{em} \frac{2 \cdot d^2}{4}}$$

ÖRNEK

M10 altı köşe başlı cıvatanın emniyetli gerilimi 1000 kg/cm² ise taşıyabilceği yükü bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 10 mm = 1 cm	F = ?
σ_{em} = 1000 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$$F = \sigma_{em}\frac{2\,.\,d^2}{4} \qquad F = 1000\frac{2\,.\,1^2}{4} \qquad F = \frac{2000}{4}$$

F = 500 kg/cm²

ÖRNEK

Emniyet katsayısı 4 olan bir altı köşe başlı cıvatanın kopma gerilimi 5000 kg/cm²dir. Cıvata, 1600 kg'ı güvende taşıyabildiğine göre cıvatanın çapını bulunuz.

Verilenler	İstenen
F = 1600 kg	d = ?
σ_{kop} = 5000 kg/cm²	
EKS = 4	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{kop}}{EKS} \qquad \sigma_{em} = \frac{5000}{4} \qquad \boldsymbol{\sigma_{em} = 1250\ kg/cm^2}$$

$$F = \sigma_{em}\frac{2\,.\,d^2}{4} \qquad 1600 = 1250\frac{2\,.\,d^2}{4} \qquad 1600 = 625\,.\,d^2$$

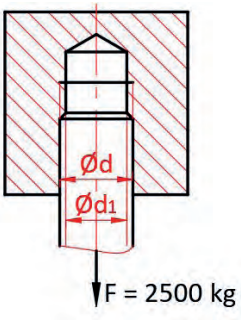
$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2{,}56} \qquad \mathbf{d = 1{,}6\ cm} \qquad \textbf{d = M16}$$

31. SIRA SİZDE

Altı köşe başlı M12 bir cıvatanın emniyetli gerilimi **600 kg/cm²** ise bu cıvatanın taşıyabileceği yükü bulunuz.

32. SIRA SİZDE

Görsel 2.40'ta metrik vida ile bağlanmış askı görülmektedir. Vida 500 kg/cm² güvenli dayanımla 2500 kg yük taşımaktadır. Bu vidanın diş dibinin çapını ve metrik değerini (M) bulunuz. (d_1 = 0,8 . d)



Görsel 2.40: Vidalı askı

33. SIRA SİZDE

Emniyet katsayısı 4 olan cıvatanın kopma gerilimi 4000 kg/cm²dir. Bu cıvatanın güvenle taşıyabileceği yük 1200 kg ise cıvatanın çapını bulunuz.

34. SIRA SİZDE

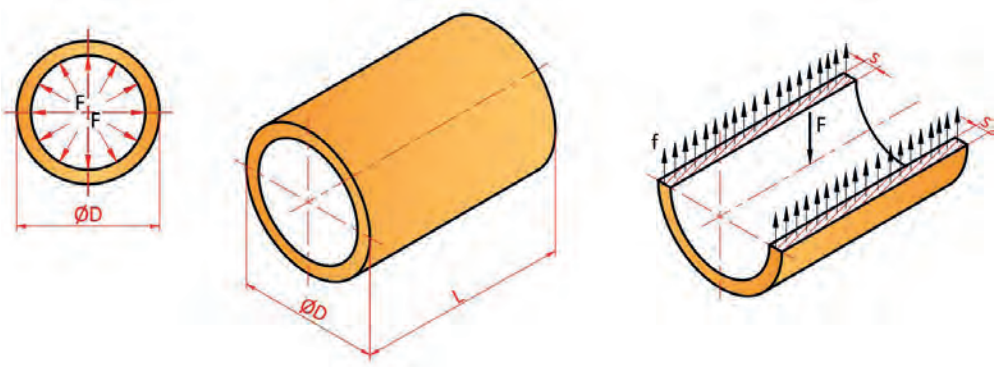
Emniyetli taşıyabileceği yük 600 kg olan kare başlı cıvatanın çapı 12 mm'dir. Kare başlı cıvatanın emniyetli gerilimi kaç kg/cm²dir?

35. SIRA SİZDE

Diş dibinin çapı 8 mm olan silindirik başlı cıvatanın emniyetli gerilimi 700 kg/cm² ise bu cıvatanın taşıyabileceği yükü bulunuz. (d_1 = 0,8 . d)

2.3.3.4. Borular

İçerisinden basınçlı gaz veya sıvı geçen, et kalınlığının boru çapına göre küçük olduğu silindir şeklindeki elemanlardır. Akışkanı depo etmeye de yarayan boruların iç yüzeyine dik doğrultuda etki eden basınç vardır (Görsel 2.41). Borudaki akışkanın basıncı boruyu koparmaya çalışır. Akışkanların basıncı, borunun her yönüne doğru eşit değerde etki edeceğinden boru hem boy hem de ekseni doğrultusunda genişleyecektir. Kazanlar, akışkan depoları, su, gaz ve buhar boruları gibi kullanım yerleri vardır.



Görsel 2.41: Borunun iç yüzeyini etkileyen başınç

Borulardaki gerilim hesaplanırken borunun et kalınlığının akışkan basıncına karşı güvenli dayanımda olması gerekir. Görsel 2.41'deki yarım boru incelendiğinde; silindirin iç yüzeyine gelen toplam kuvvetin **(F)**, bir noktaya gelen kuvvetin **(f)**, borunun uzunluğunun **(L)** ve çapının **(D)** olduğu görülür. Bu bilgilere göre silindire gelen kuvvet **F = f . D . L** formülü ile bulunur. Kesit alanı ise **A = 2 . s . L** formülü ile bulunur. Bu formülde **(s)** et kalınlığını ifade eder. Bu ifadelerden sonra boruda meydana gelen emniyetli gerilim şu şekilde ifade edilir:

$$\sigma_{em} = \frac{F}{A} \qquad \sigma_{em} = \frac{F\,.\,L\,.\,D}{2\,.\,s\,.\,L} \qquad \boldsymbol{\sigma_{em} = \frac{F\,.\,D}{2\,.\,s}}$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

$\boldsymbol{\sigma_{em}}$ = Emniyetli gerilim (kg/cm²)

F = Emniyetli basınç kuvveti (kg)

D = Borunun dış çapı (cm)

s = Borunun et kalınlığı (cm)

Boruya gelen emniyetli basınç kuvveti, emniyetli gerilimden küçük olmak zorundadır. Bu yüzden emniyetli gerilim kullanılacak malzemenin cinsine göre değerler almalıdır. Bu değerler şu şekilde olmalıdır:

Font: 250 kg/cm²

Çelik döküm: 600 kg/cm²

Akma çelik : 800-1000 kg/cm²

İnce çeperli borular, kıvrılıp kaynak yapılarak üretilecekse emniyetli gerilim **0,8** veya perçin yapılarak üretilecekse emniyetli gerilim **0,57- 0,63** gibi bir katsayı ile çarpılarak yukarıdaki değerlerden daha küçük bir değer almalıdır.

ÖRNEK

Et kalınlığı 3 mm olan çelikten üretilmiş bir boru, 300 kg emniyetli basınç geriliminin etkisinde kalıyor. Borunun çapı 40 mm olduğuna göre emniyetli gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
s = 3 mm = 0,3 cm	σ_{em} = ?
F = 300 kg	
D = 40 mm = 4 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{em} = \frac{300 \,.\, 4}{2 \,.\, 0{,}3} \qquad \boldsymbol{\sigma_{em} = 2000\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Emniyetli gerilimi 600 kg/cm² olan çelik dökümden üretilmiş borunun et kalınlığı 2 mm ve çapı 30 mm'dir. Bu boruya gelen emniyetli basınç gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
s = 2 mm = 0,2 cm	F = ?
σ_{em} = 600 kg/cm²	
D = 30 mm = 3 cm	

ÇÖZÜM

$$600 = \frac{F \,.\, 3}{2 \,.\, 0{,}2} \qquad F = \frac{600 \,.\, 0{,}4}{3}$$

$$\boldsymbol{F = 80\ kg}$$

36. SIRA SİZDE

1000 mm çapta üretilen bir buhar kazanının çeperine 16 kg'lık emniyetli basınç gerilimi uygulanıyor. Bu kazanın emniyetli gerilimi 400 kg/cm² olduğuna göre et kalınlığını bulunuz.

37. SIRA SİZDE

40 kg emniyetli basınç gerilimi uygulanan bir su borusunun et kalınlığı 2 mm ve emniyetli gerilimi 250 kg/cm²dir. Bu su borusunun çapını bulunuz.

38. SIRA SİZDE

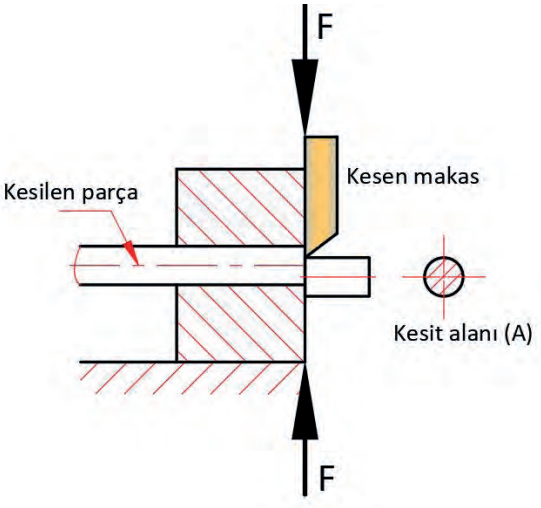
Et kalınlığı 5 mm olan çelikten üretilmiş boru, 400 kg emniyetli basınç geriliminin etkisinde kalıyor. Bornun çapı 50 mm olduğuna göre emniyetli gerilimini bulunuz.

39. SIRA SİZDE

Emniyetli gerilimi 600 kg/cm² olan çelik dökümden üretilmiş borunun et kalınlığı 3 mm ve çapı 40 mm'dir. Bu boruya gelen emniyetli basınç gerilimini bulunuz.

2.4. KESİLME DAYANIMI

Kesit düzlemine dik gelen kuvvetler, kesit düzlemini herhangi bir yerden ikiye ayırmaya çalışıyorsa cisim kesilmeye zorlanıyordur. Cismi kesmek isteyen kuvvetler ne kadar ise cismin bu kuvvetlere karşı kesilmemek için verdiği tepki kuvveti de o kadardır. Ne zaman uygulanan dış kesme kuvveti, cismin iç kesilmeme kuvvetini geçerse cisim o zaman kesilir (Görsel 2.42). Cismi ikiye ayırma işlemine **kesme**, cismin göstermiş olduğu kesilmeme tepkisine ise **kesme veya kayma dayanımı** denir. Kesme veya kayma gerilmeleri parça üzerine yapışık ya da paralel durumdadır. Kesme kuvveti, bir cismi yalnız başına etkiliyorsa basit kesme oluşur. Makas yardımıyla bir çubuğun kesilmesi de basit kesmeye örnektir.



Görsel 2.42: Kesme dayanımı

Dıştan etki eden, kesme kuvvetinden oluşan kayma gerilmelerinin kesit üzerindeki dağılımı cisimlerin kesit geometrisine bağlıdır. Kesit geometrileri; dikdörtgen, daire, kare vb. olabilir. Kesme dayanımında problemler ortalama kayma gerilimine göre çözülür. Kesme dayanımı tav **(τ)**, cismi kesmek isteyen kuvvetin **(F)** kesilecek cismin kesit alanına **(A)** bölünmesiyle bulunur.

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

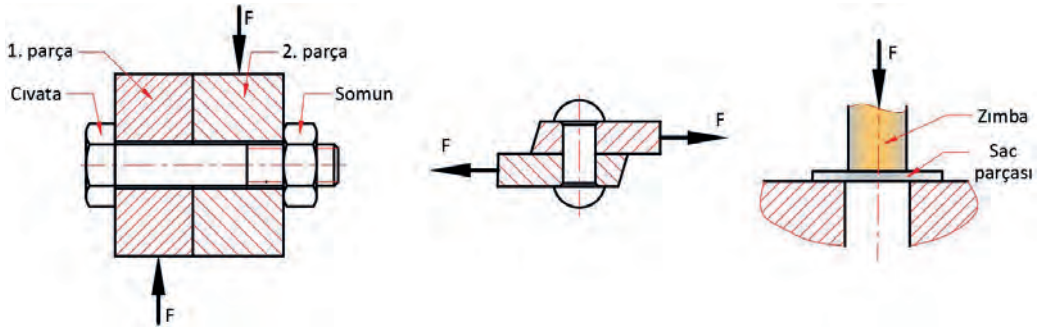
τ = Kesme gerilimi (kg/cm²)

F = Kesme kuvveti (kg)

A = Kesit alanı (cm²)

Kayma gerilimi, kuvvetlere karşı koyan yüzeyler üzerinde bulunan ve o yüzeylere paralel olan kuvvetler tarafından meydana gelir. Çekilme ve basılma gerilmeleri ise yüzeylere dik kuvvetler tarafından meydana gelir. Bundan dolayı çekilme ve basılma gerilimine **normal gerilim**, kayma gerilmesine ise **teğetsel gerilim** denir.

Bağlantı elemanları ile birbirine bağlanmış iki kesit üzerine uygulanan kuvvet, parçaları kaymaya zorlarsa yüzeyler üzerinde kayma gerilimi oluşur (Görsel 2.43).



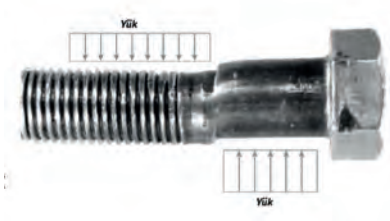
Görsel 2.43: Kaymaya zorlanan parçalar

2.4.1. Kesilmeye Zorlanan Elemanlar

Kullanıldıkları makine sistemlerine göre birçok eleman, üzerine gelen kuvvetin etkisiyle kesilmeye çalışılır. Bunlar; cıvatalar, perçinler, kamalar, pimler, saclar vb. elemanlardır.

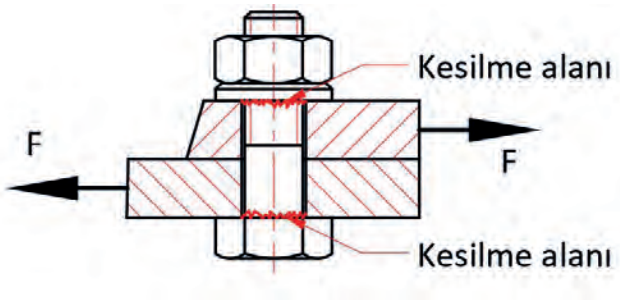
2.4.1.1. Cıvataların Kesilmesi

Cıvatalar genellikle çekilme dayanımının etkisi altındadır. Bazı birleştirme işlemlerinde kesilmeye çalışıldıkları da görülür. Birbirine zıt yönde çekilen iki plakanın kayması ile cıvatada kesilmeden dolayı bozulma meydana gelir (Görsel 2.44).



Görsel 2.44: Kesilen cıvata

Cıvatalı bağlantıyla bağlanan iki parça zıt yönde **F** kuvveti ile çekilirse cıvatada kesilme meydana gelir. Bu kesilme cıvatanın bağladığı parçaların yüzeylerinden kaynaklanır. Kesilme sırasında cıvata, iki yüzeyden kesilme etkisinde kalacağından hesap yapılırken cıvata kesit alanı iki kat alınır (Görsel 2.45).



Görsel 2.45: Cıvata kesilme alanı

Cıvatalarda kesilme dayanımı hesaplanırken $\boldsymbol{\tau = \frac{F}{A}}$ formülü kullanılır.

Cıvataları emniyetli bir şekilde üretmek için $\boldsymbol{\tau_{em} = \frac{\tau_{max}}{EKS}}$ formülü kullanılır.

$\tau_{em} = \frac{F}{A}$ $\tau_{em} = \frac{F}{2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}}$ $\boldsymbol{\tau_{em} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2}}$ formülü cıvata dayanımı için kullanılır.

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

$\boldsymbol{\tau_{em}}$ = Emniyetli kesme gerilimi (kg/cm²)

F = Kesme kuvveti (kg)

d = Cıvata çapı (cm)

ÖRNEK

Maksimum kesme gerilimi 3500 kg/cm² olan bir cıvata 7 emniyetle üretilecektir. Bu cıvatanın emniyetli kesme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
τ_{max} = 3500 kg/cm²	τ_{em} = ?
EKS = 7	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{\tau_{max}}{EKS}$$

$$\tau_{em} = \frac{3500}{7} \qquad \boldsymbol{\tau_{em} = 500\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

M16 cıvata ile birleştirilmiş iki plaka birbirini 2000 kg ile çekmeye çalışmaktadır. Bu cıvatanın kesilmeye karşı emniyetli gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
F = 2000 kg	τ_{em} = ?
d = 16 mm = 1,6 cm	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

$$\tau_{em} = \frac{2 \cdot 2000}{3{,}14 \cdot 1{,}6^2} \qquad \tau_{em} = \frac{4000}{8{,}04}$$

$$\boldsymbol{\tau_{em} = 497{,}51\ kg/cm^2}$$

40. SIRA SİZDE

M10 cıvatanın 5 emniyet ve 2500 kg/cm² maksimum gerilimde olması isteniyor. Bu cıvatanın emniyetli gerilimini bulunuz.

41. SIRA SİZDE

Emniyetli gerilimi 900 kg/cm² olan bir cıvata 4500 kg yükün etkisi ile kesilmeye çalışılıyor. Bu cıvatanın çapını bulunuz.

42. SIRA SİZDE

Emniyetli gerilimi 600 kg/cm² olan bir M12 cıvata üzerine gelen yükün etkisi ile kesilmeye çalışılıyor. Bu cıvatayı kesmeye çalışan yükü bulunuz.

2.4.1.2. Perçinlerin Kesilmesi

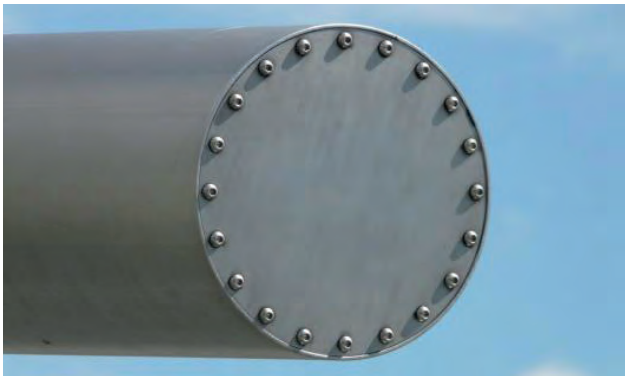
Perçinler, iki veya daha fazla parçayı sökülemeyecek şekilde birbirine bağlayan makine elemanlarıdır. Perçin bağlantılarının çözülmesi ancak perçinin kesilmesiyle olur. Perçinler, yumuşak ve hafif malzemeden yapıldıkları için çok büyük bir yükün etkisinde kalamaz. Ağırlığın önemli olduğu yerlerde sızdırmazlık ve bağlama elemanı olarak tercih edilir. Perçinlerin bağlantıları şu şekildedir:

1. Çelik inşaat, vinç, köprü bağlantıları gibi yerlerde kullanılan perçinlemeye **kuvvetli perçinleme** denir (Görsel 2.46).



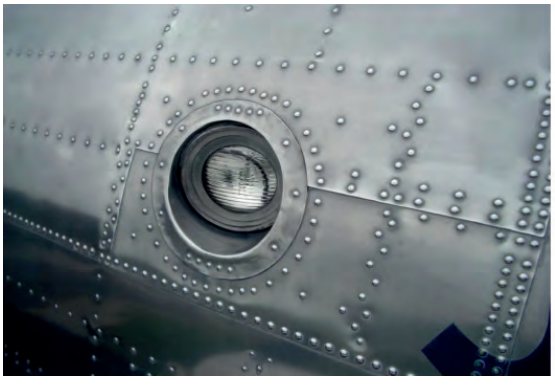
Görsel 2.46: Köprülerde perçinleme

2. Sızdırmazlığın önemli olduğu sıvı ve gaz depoları gibi yerlerde kullanılan perçinlemeye **sıkı perçinleme** denir (Görsel 2.47). Sızdırmazlığı artırmak için çok sıkı perçinleme yapılır.



Görsel 2.47: Perçinli sızdırmazlık

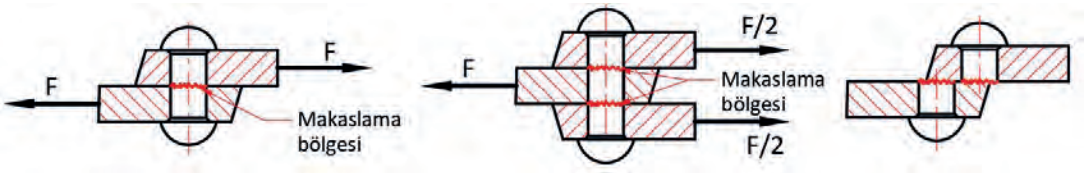
3. Yük taşıma ve sızdırmazlığın önemli olduğu buhar kazanları ve uçaklarda kullanılan perçinleme yöntemine **sıkı ve kuvvetli perçinleme** denir (Görsel 2.48).



Görsel 2.48: Sıkı ve kuvvetli perçinleme

Perçin bağlantıları, kaynaklı bağlantılara göre daha ucuz ve perçin bağlantılarının uygulanması daha kolaydır. Kaynağa göre daha hafif ve kolay söküldüğü için perçin bağlantıları daha çok tercih edilir. Perçinler üzerlerine gelen yükün etkisi ile baş kısmından kopmaz. Yapılan deneyler perçinlerin makaslama bölgesinden kesilerek koptuğunu gösterir. Perçin bağlantılarında başlıca üç şekilde bozulma olur:

1. Seçilen perçin kendi bağlantısının dayanabileceği kuvvete uygun seçilmemiştir. Perçin üzerine gelen kuvvet karşısında parçaların birleştiği makaslama bölgesinden kesilerek kopar (Görsel 2.49).



Görsel 2.49: Perçinin kopması

Perçinde meydana gelen kesme gerilimi $\tau = \frac{F}{A}$ formülü ile bulunur. Bağlantıda kullanılan levha sayısı ikiden fazla ise kesilme yerinin sayısı **(n)** formülde alan ile çarpılarak ilave edilir ($\tau = \frac{F}{A \cdot n}$). Perçinler tek sıralı uygulanabildiği gibi çok sıralı da uygulanabilir. Çok sıralı perçinlerde sıra sayısı **(a)** formüle ilave edilir ($\tau = \frac{F}{A \cdot n \cdot a}$).

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

τ = Emniyetli kesme gerilimi (kg/cm²)

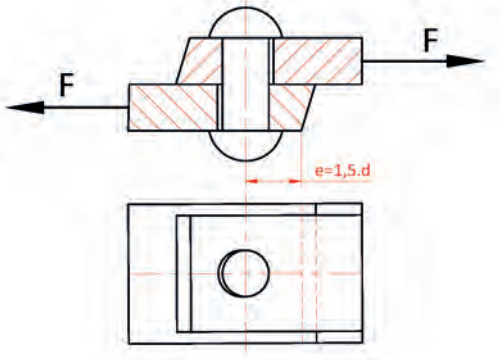
F = Kuvvet (kg)

A = Perçin alanı (cm²)

n = Kesilme yerinin adedi

a = Perçinin sıra sayısı

2. Perçin, çekme kuvvetine karşı güvende olabilir fakat zıt yönde hareket eden çekme kuvveti sac levhanın deliğini ovalleştirir (Görsel 2.50). Kuvvet daha da uygulanmaya devam edilirse sac levha kesilecektir.



Görsel 2.50: Perçinin sac levhayı ovalleştirmesi

Sac levhanın ezilmesinin sebebi, perçin ile levha arasındaki ezme basıncının normalden daha fazla olmasıdır. Kuvvet sonunda levhanın kesilme sebebi ise perçinin sac levha kenarına **(e)** yakın montajlanmasıdır. Montajda perçinin kenara olan mesafesi, perçin çapının **1,5** katı kadar alınırsa güvenli montaj yapılır **(e = 1,5 . d)**. Malzemenin cinsine göre güvenli delik ezme basıncı kullanılır. Her gerecin güvenli kesilme dayanımının iki katı alınır. Delik ezme basıncı, perçin çapının sac kalınlığı ile çarpımının saclara uygulanan zıt kuvvete oranı ile bulunur $(\sigma_{ez} = \frac{F}{d \cdot s})$.

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

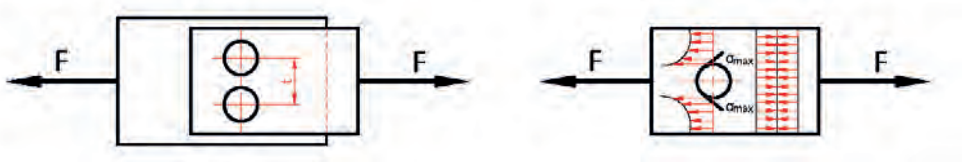
σ_{ez} = Delik ezme basıncı (kg/cm²)

F = Bir perçine gelen çekme kuvveti (kg)

d = Perçin çapı (cm)

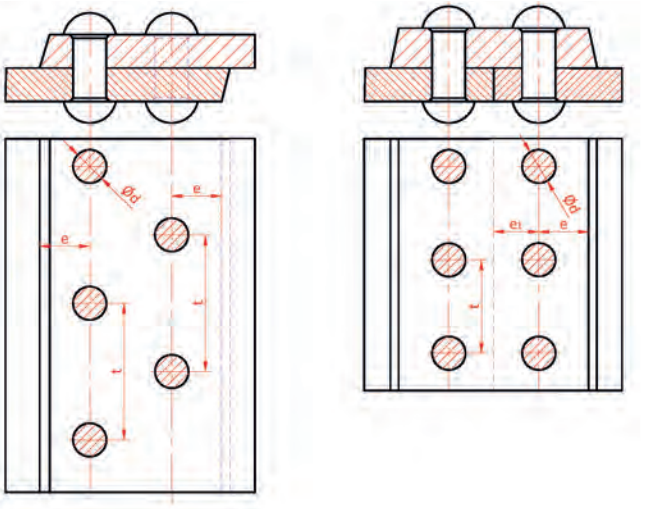
s = Levha kalınlığı (cm)

3. Perçin bağlantılarının bozulma sebeplerinden biri de delik yırtılmasıdır (Görsel 2.51).



Görsel 2.51: Perçinin sacı kesmesi

Perçin deliklerinin gerilmeleri her yerde eşit değildir. Kenardaki delikte gerilme çok fazla iken kenara uzak deliklerin gerilmeleri daha azdır. Kenardaki gerilmeleri en aza indirmek ve kesilmeyi önlemek için sıralı perçin montajı yapılır (Görsel 2.52).



Görsel 2.52: Sıralı perçinler

Perçin bağlantı hesaplarında iki perçin arasında eşit çekme gerilimi olduğu kabul edilir. Buna göre gerilim hesabının formülü şöyledir: **($\sigma_{ez} = \frac{F}{(t-d).s}$)**.

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

σ_{ez} = Delik ezme basıncı (kg/cm²)

F = Bir perçine gelen çekme kuvveti (kg)

d = Perçin çapı (cm)

s = Levha kalınlığı (cm)

t = İki perçinin merkezler arası ölçüsü (cm)

Pratikte yapılan işlemlerde iki perçinin merkezler arası ölçüsü en az **t_{min} = 3 . d** ve en çok da **t_{max} = 8 . d** alınmalıdır. Perçin çapına göre pratikte kullanılan perçin çaplarının ve sac levhaların kalınlık ölçüsü Tablo 2.6'da verilmiştir.

Tablo 2.6: Perçin Çapına Göre Levha Kalınlıkları

d (mm)	13	16	19	22	25	28	31	34
s (mm)	5 - 6	7 - 8	9 - 10	11 - 13	14 - 16	17 - 20	21 - 24	25 - 29

ÖRNEK

Birbirini zıt yönde 1500 kg yük ile kesmeye zorlayan ve 3 sac levhadan oluşan perçinli bağlantıda perçin çapı 12 mm ise kesme kuvvetini bulunuz.

Verilenler	İstenen
F = 1500 kg	τ = ?
d = 12 mm = 1,2 cm	
n = 3	

ÇÖZÜM

$$\tau = \frac{F}{A \cdot n}$$

$$\tau = \frac{1500}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}2^2}{4} \cdot 3} \qquad \tau = \frac{6000}{13{,}56}$$

$$\boldsymbol{\tau = 442{,}48\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

4 sıralı perçin uygulamasının her sırasında 3 perçin vardır. Perçin çapları birbirine eşit ve 12 mm'dir. Perçinleri kesmeye çalışan kuvvet 1200 kg olduğuna göre emniyetli kesilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
a = 4	τ = ?
n = 3	
d = 12 mm = 1,2 cm	
F = 1200 kg	

ÇÖZÜM

$$\tau = \frac{F}{A \cdot n \cdot a}$$

$$\tau = \frac{1200}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}2^2}{4} \cdot 4 \cdot 3} \qquad \tau = \frac{1200 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 12 \cdot 1{,}44}$$

$$\tau = \frac{4800}{54{,}26} \qquad \boldsymbol{\tau = 88{,}46\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

8 mm çapındaki perçin 5 mm kalınlığındaki sac levhaları birbirine bağlıyor. Sac levhalar birbirini zıt yönde 300 kg'lık kuvvetle çektiğine göre delik ezme basıncını bulununuz.

Verilenler	İstenen
F = 300 kg	σ_{ez} = ?
d = 8 mm = 0,8 cm	
s = 5 mm = 0,5 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{d \cdot s}$$

$$\sigma_{ez} = \frac{300}{0{,}8 \cdot 0{,}5} \qquad \sigma_{ez} = \frac{300}{0{,}4}$$

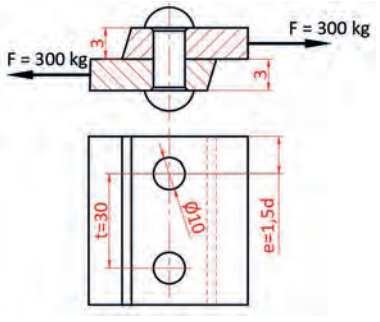
$$\boldsymbol{\sigma_{ez} = 750\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Görsel 2.53'te görülen sıralı perçin bağlantısında sac kalınlığı 3 mm ise

a) Ezilme basıncını bulunuz.

b) Perçin merkezinin kenara uzaklığı e = 1,5 . d olduğuna göre e mesafesini bulunuz.



Görsel 2.53: Sıralı perçinler

Verilenler	İstenenler
F = 300 kg	σ_{ez} = ?
d = 10 mm = 1 cm	e = ?
s = 3 mm = 0,3 cm	
t = 30 mm = 3 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{(t-d)\,.\,s} \qquad \sigma_{ez} = \frac{300}{(3-1)\,.\,0{,}3} \qquad \sigma_{ez} = \frac{300}{0{,}6} \qquad \boldsymbol{\sigma_{ez} = 500\ kg/cm^2}$$

e = 1,5 . d

e = 1,5 . d e = 1,5 . 10 **e = 15 mm**

ÖRNEK

Kesilmeye karşı dayanımı 2800 kg/cm² olan bir sac levhadan 25 mm çapında bir rondela kesilecektir. Sac kalınlığı 3 mm olduğuna göre rondelayı kesmek için gerekli kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenen
σ_{ez} = 2800 kg/cm²	F = ?
d = 25 mm = 2,5 cm	
s = 3 mm = 0,3 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{d\,.\,s}$$

$$2800 = \frac{F}{2{,}5\,.\,0{,}3} \qquad F = 2800\,.\,2{,}5\,.\,0{,}3$$

F = 2100 kg

43. SIRA SİZDE

6 sıralı perçin uygulamasının her sırasında 4 perçin vardır. Perçin çapları birbirine eşit ve 8 mm'dir. Perçinleri kesmeye çalışan kuvvet 2400 kg olduğuna göre emniyetli kesme gerilimini bulunuz.

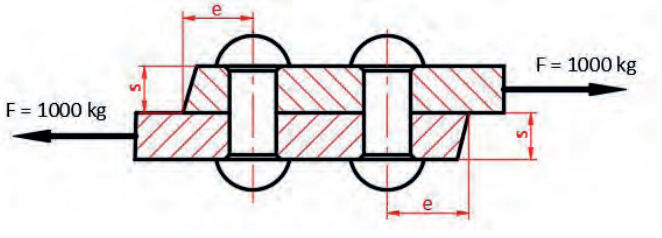
44. SIRA SİZDE

4 mm kalınlığındaki sacdan 17 mm çapında rondela kesilecektir. Rondela yapılacak sacın kesilmeye karşı dayanımı 3400 kg/cm² olduğuna göre sacı kesmek için gerekli olan kuvveti bulunuz.

45. SIRA SİZDE

12 mm çapındaki perçin 4 mm kalınlığındaki sac levhaları birbirine bağlıyor. Sac levhalar birbirini zıt yönde 400 kg'lık kuvvetle çektiğine göre delik ezme basıncını bulununuz.

46. SIRA SİZDE



Görsel 2.54: İki perçinli bağlantı

Görsel 2.54'te iki perçin ile bağlanmış sac levhalar 1000 kg yük ile çekiliyor. Sac levhaların emniyetli kesilme gerilimi 400 kg/cm² olduğuna göre

a) Perçin çapını,

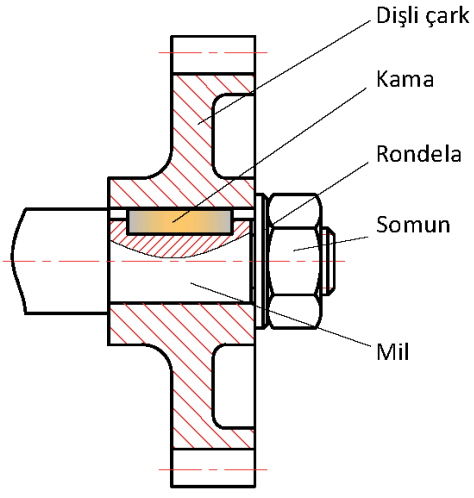
b) Tablo 2.6'dan sac kalınlığını,

c) Delik ezme basıncını,

d) Perçin merkezinin kenara olan mesafesini bulunuz.

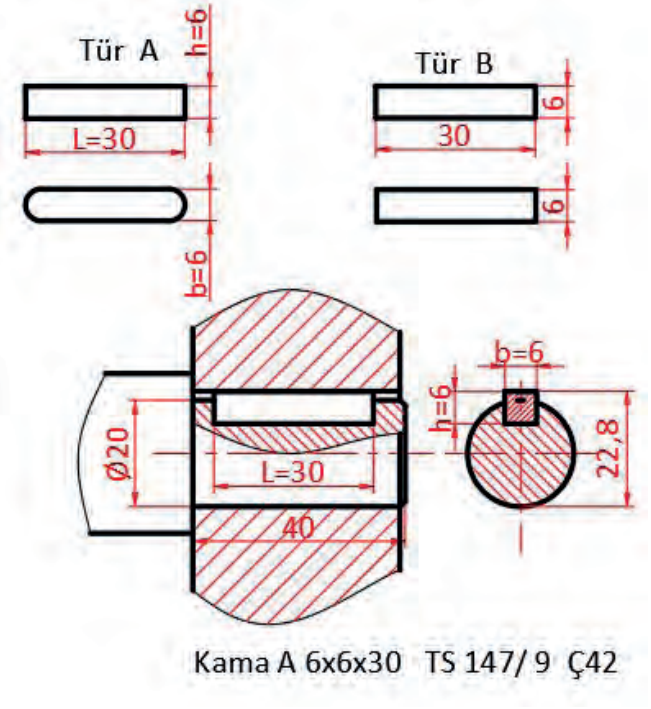
2.4.1.3. Kamaların Kesilmesi

Dişli çark, kasnak, volan gibi dönerek çalışan makine elemanları millerle birlikte dönen ve sökülebilen makine elemanlarıdır (Görsel 2.55).



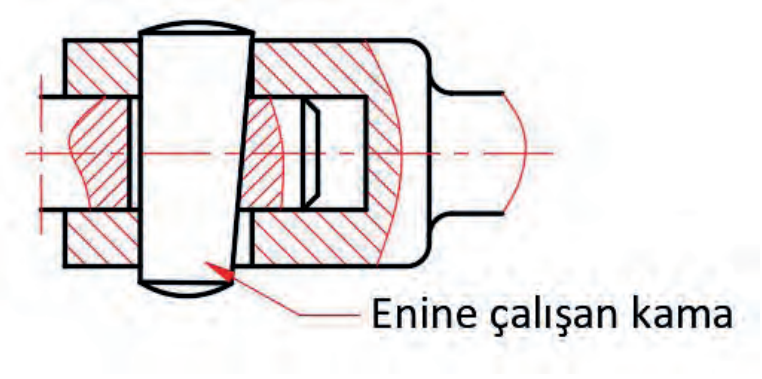
Görsel 2.55: Kamalı bağlantı

Kama ölçüleri mil çaplarına göre TS 147'de standartlaştırılmıştır. Mil çapına göre kama boyutları standart tablolardan seçilir. Kama yüksekliği **(h)**, kama genişliği **(b)** ve kama boyu **(L)** tablodan alınarak gerekli dayanım hesaplamalarında kullanılır (Görsel 2.56).



Görsel 2.56: Kama boyutları

Kamalar çalışma konumlarına göre enine ve boyuna kamalar olmak üzere ikiye ayrılır. Enine kamalar, mil eksenine dik çalışan eğimli kamalardır (Görsel 2.57). Boyuna kamalar ise mil eksenine paralel çalışan düz kamalardır (Görsel 2.56).



Görsel 2.57: Enine çalışan kamalar

Kamalar dönerek çalışır ve çalıştığı ortamlarda kesmeye çalışır. Dönme hareketinden dolayı kamalarda, kesilme dayanımı hesaplanırken döndürme momentinin motor gücü **(N)** ve motor devir sayısı **(n)** da hesaba katılır. Emniyetli kesilme gerilimi, kuvvetin kesit alanına oranı şeklinde bulunur ($\tau_{em} = \frac{F}{A}$).

Döndürme momenti de hesaba katılırsa $Md = \frac{71620 \cdot N}{n}$ $Md = F \cdot r$

$F = \frac{Md}{r}$ formülü bulunur.

Kamanın kesit alanı ise kama genişliğinin kama boyu ile çarpılması sonucu bulunur. Bulunan formüller, emniyetli kesilme dayanımı formülünde yerlerine yazılırsa

$\tau_{em} = \frac{\frac{Md}{r}}{b \cdot L}$ $\tau_{em} = \frac{71620 \cdot N}{b \cdot L \cdot n \cdot r}$ formülü ile bulunur.

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

τ_{em} = Emniyetli kesilme gerilimi (kg/cm²)

N = Motor gücü (BG = Beygir Gücü)

n = Motor devir sayısı (devir/dk.)

Md = Döndürme momenti (kg/cm²)

F = Kesme kuvveti (kg)

r = Mil yarıçapı (cm)

b = Kama genişliği (cm)

L = Kama boyu (cm)

τ_{max} = Maksimum kesilme gerilimi (kg/cm²)

EKS = Emniyet katsayısı

ÖRNEK

5 BG'de ve 200 devir/dk. ile dönerek motora bağlanan kamanın mil çapı 24 mm, kama genişliği 6 mm ve kama boyu 20 mm ise kamanın emniyetli kesilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
N = 5 BG	τ_{em} = ?
n = 200 devir/dk.	
R = 24 mm = 2,4 cm	
b = 6 mm = 0,6 cm	
L = 20 mm = 2 cm	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, N}{b \,.\, L \,.\, n \,.\, r} \qquad r = \frac{R}{2} = \frac{2,4}{2} \qquad r = 1,2 \text{ cm}$$

$$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, 5}{0,6 \,.\, 2. \,1,2 \,.\, 200} \qquad \tau_{em} = \frac{358100}{288}$$

τ_{em} = 1243,4 kg/cm²

ÖRNEK

30 mm çapındaki motor mili, 4 BG ve 300 devir/dk. ile dönmektedir. Kama genişliği 8 mm ve kamanın maksimum kesilme gerilimi 2500 kg/cm²dir. Kamanın 5 emniyet katsayısı ile çalışabilmesi için kama boyunu bulunuz.

Verilenler	İstenenler
R = 30 mm = 3 cm	τ_{em} = ?
N = 4 BG	L = ?
n = 300 devir/dak.	
b = 8 mm = 0,8 cm	
τ_{max} = 2500 kg/cm²	
EKS = 5	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{\tau_{max}}{EKS} \qquad \tau_{em} = \frac{2500}{5} \qquad \tau_{em} = 500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, N}{b \,.\, L \,.\, n \,.\, r} \qquad r = \frac{R}{2} = \frac{3}{2} \qquad r = 1,5 \text{ cm}$$

$$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, 4}{0,8 \,.\, L \,.\, 300 \,.\, 1,5}$$

$$L = \frac{286480}{18000}$$

L = 1,6 cm = 16 mm

47. SIRA SİZDE

32 mm çapındaki motor mili, 6 BG ve 600 devir/dk. ile dönmektedir. Motora bağlı dişli çarkı döndüren kamanın genişliği 10 mm ve boyu 30 mm olduğuna göre emniyetli kesilme gerilimini bulunuz.

48. SIRA SİZDE

Kasnağı çeviren 30 mm çapındaki milde kullanılan kamanın genişliği 8 mm, boyu 25 mm ve emniyetli kesilme gerilimi 500 kg/cm²dir. Kamanın takıldığı mil 250 devir/dk. ile döndüğüne göre

a) Kasnağın maksimum döndürme momentini,

b) Motor gücünü bulunuz.

49. SIRA SİZDE

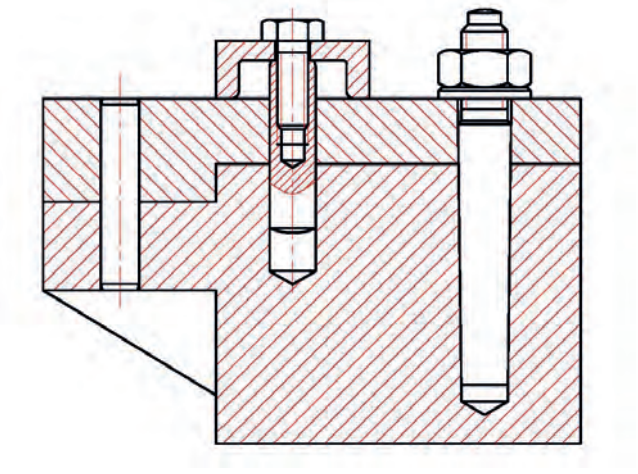
Kamanın genişliği 8 mm'dir. Bu kamanın takıldığı ve dişli çarkı 400 devir/dk. ile döndüren milin çapı ise 28 mm'dir. Kamanın emniyetli kesilme gerilimi 300 kg/cm² ve mili döndüren motorun gücü 4 BG ise mile takılan kamanın boyunu bulunuz.

50. SIRA SİZDE

20 mm çapındaki motor mili 3 BG ve 200 devir/dk. ile dönmektedir. Kamanın genişliği 6 mm ve kamanın maksimum kesilme gerilimi 2000 kg/cm²dir. Kamanın 4 emniyet katsayısı ile çalışabilmesi için kama boyunu bulunuz.

2.4.1.4. Pimlerin Kesilmesi

Pimler, birden fazla makine elemanını birbirine çözülebilir bir bağlantı ile bağlamaya yarayan makine elemanlarıdır. Ayrıca merkezleme çubuğu olarak da kullanılır. Pimler TS 2337'de standart hâle getirilmiştir. Pimli bağlantı yapmak için bağlanacak elemanlar üzerinde pim çapına uygun delikler açılır ve pim açılan deliklere takılarak bağlantı sağlanmış olur (Görsel 2.58).



Görsel 2.58: Pimli bağlantılar

Pimler beraber çalıştıkları makine elemanları ile dönerek veya çekilerek çalıştıkları için kesilme geriliminin etkisi altındadır. Pimler, emniyetli kesilme gerilimi ile güvenle makine elemanlarında kullanılır **($\tau_{em} = \frac{\tau_{max}}{EKS}$)**.

Emniyetli kesilme gerilimi, kuvvetin kesit alanına oranı ile bulunur **($\tau_{em} = \frac{F}{A}$)**.

Pimler döndürme etkisi altında kesilmeye çalışılıyorsa

$$Md = \frac{71620 \,.\, N}{n} \qquad Md = F \,.\, d_1 \qquad F = \frac{Md}{d_1} \qquad \tau_{em} = \frac{F}{A} \qquad \tau_{em} = \frac{\frac{Md}{d_1}}{A} = \frac{71620 \,.\, \frac{N}{n}}{d_1 \,.\, A}$$

$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, N}{d_1 \,.\, A \,.\, n}$ formülü ile bulunur.

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

τ_{em} = Emniyetli kesme gerilimi (kg/cm²)

N = Motor gücü (BG)

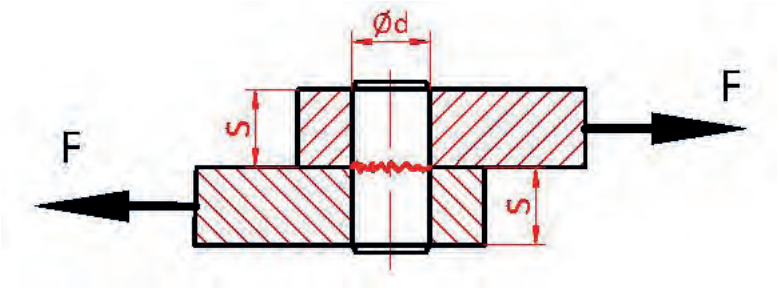
n = Motor devir sayısı (devir/dk.)

A = Pim kesit alanı (cm²)

d_1 = Mil çapı (cm)

d = Pim çapı (cm)

Pimler takıldıkları yerlere göre perçinler gibi çekilerek kesilmeye çalışılır (Görsel 2.59).



Görsel 2.59: Kesilen pim bağlantısı

Çekilmeye çalışan pimlerin ezilme basıncı aşağıdaki formül ile bulunur.

$$(\sigma_{ez} = \frac{F}{d \,.\, s})$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

σ_{ez} = Pim ezme basıncı (kg/cm²)

F = Pimi etkileyen kuvvet (kg)

d = Pim çapı (cm)

s = Sac kalınlığı (cm)

ÖRNEK

12 mm çapındaki pime maksimum 2400 kg/cm² kesme basıncı uygulanıyor. Pim 2 emniyet katsayısı ile çalışacaksa pimi etkileyen kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 12 mm = 1,2 cm	F = ?
τ_{max} = 2400 kg/cm²	
EKS = 2	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{\tau_{max}}{EKS} \qquad \tau_{em} = \frac{2400}{2} \qquad \tau_{em} = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{em} = \frac{F}{A} \qquad 1200 = \frac{F}{\frac{3{,}14 \,.\, 1{,}2^2}{4}}$$

$$F = \frac{3{,}14 \,.\, 1200 \,.\, 1{,}44}{4}$$

F = 1356,5 kg

ÖRNEK

5 BG ve 1200 devir/dk. ile dönen 30 mm çapındaki mil, dişli çarka pim ile bağlanmıştır. Pimin çapı 10 mm ise pimde meydana gelen emniyetli kesilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
N = 5 BG	τ_{em} = ?
n = 1200 devir/dak.	
d = 10 mm = 1 cm	
d_1 = 30 mm = 3 cm	

ÇÖZÜM

$$\tau_{em} = \frac{71620 \,.\, N}{d_1 . A . n} \qquad \tau_{em} = \frac{71620 \,.\, 5}{3 \,.\, \frac{3{,}14 \,.\, 1^2}{4} . 1200}$$

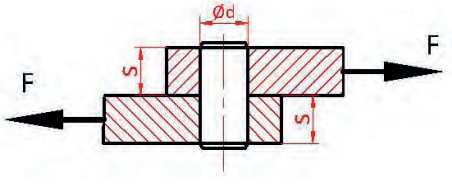
$$\tau_{em} = \frac{358100}{2826}$$

$$\boldsymbol{\tau_{em} = 126{,}7 \text{ kg/cm}^2}$$

ÖRNEK

Görsel 2.60'ta verilen 16 mm çapındaki pim 1800 kg yük ile çekilerek kesiliyor. Pimin ezme basıncı 2250 kg/cm² ise sac kalınlığını bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 16 mm = 1,6 cm	s = ?
F = 1800 kg	
s = 5 mm	
τ_{em} = 2250 kg/cm²	



Görsel 2.60: Kesilen pim bağlantısı

ÇÖZÜM

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{d \,.\, s} \qquad 2250 = \frac{1800}{1{,}6 \,.\, s}$$

$$s = \frac{1800}{2250 \,.\, 1{,}6}$$

$$\boldsymbol{s = 0{,}5 \text{ cm}}$$

51. SIRA SİZDE

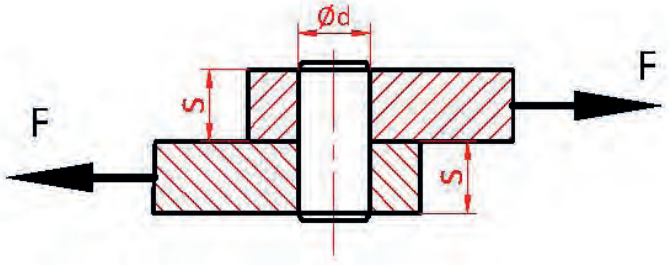
Maksimum gerilimi 1800 kg/cm² ve emniyet katsayısı 3 olan pim döndürme etkisi altında kesilmeye çalışılıyor. Pimin bağlandığı kasnak, pime 1200 kg'lık yük uygularsa bu sisteme takılacak pimin çapını bulunuz.

52. SIRA SİZDE

Kesit alanı 8 cm² olan döndürme etkisindeki pim volanı, motor miline 250 kg/cm²lik emniyetli kesilme gerilimi ile bağlanmaktadır. Motor 6 BG ve 180 devir/dk. ile dönmekte ise motor milinin çapını bulunuz.

53. SIRA SİZDE

Görsel 2.61'deki 4 mm kalınlığındaki saclar pim ile birbirine bağlanmıştır. Saclar zıt yönde 1600 kg'lık yük ile çekilerek kesilmeye zorlanıyor. Pimin emniyetli ezme basıncı 4000 kg/cm² ise pim çapını bulunuz



Görsel 2.61: Zıt yönde kesilen pim

2.4.1.5. Sacların Kesilmesi

Kalınlıkları **5 mm**'nin altında olan çeşitli malzemelerden yapılmış plakalara **sac** denir. Sac kalınlıkları ince olduğu için sacı keserken çok büyük kuvvetlere ihtiyaç yoktur. Küçük ve **2 mm** kalınlığındaki parçaların kesiminde el makası yeterli olur (Görsel 2.62). Daha büyük boyuttaki sac parçalarının kesiminde ise giyotin makas gibi insan gücü ile çalışan kesim araçları kullanılır (Görsel 2.63). Seri üretimde uzun şerit hâlinde saclar kesilecekse merdane bıçak kesme aracı olarak kullanılır (Görsel 2.64).



Görsel 2.62: Sac makası



Görsel 2.63: Giyotin makas



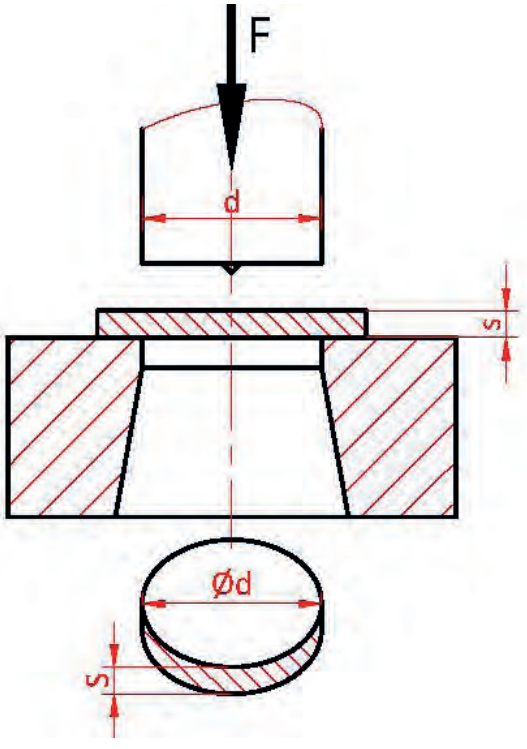
Görsel 2.64: Merdane makas

Seri üretimdeki kesim işlerinde hidrolik presler kullanılır. Kesilecek parçanın özelliğine göre uygun pres seçilerek seri kesme işlemi yapılır (Görsel 2.65).



Görsel 2.65: Hidrolik pres

Sac levhaların seri kesiminde en çok kullanılan yöntem presle kesmedir. Presle kesim hesaplanırken kesilen parçanın çevre uzunluğu **(L)** ve sac kalınlığı **(s)** hesaba katılır (Görsel 2.66).



Görsel 2.66: Sac levha kesimi

Alan hesabı yapılırken çevre uzunluğu ile sac kalınlığı çarpılır **(A = L . s)**. Dayanım hesaplanırken şu formül kullanılır:

$$\tau = \frac{F}{A} \qquad \tau = \frac{F}{L \cdot s} \qquad \mathbf{F = \tau . L . s}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

τ = Kopma gerilimi (kg/cm²)

F = Kesme kuvveti (kg)

L = Kesilen parçanın çevre uzunluğu (cm)

s = Sac kalınlığı (cm)

ÖRNEK

Seri üretimle sac levhadan 3 mm kalınlığında ve 25 mm çapında parçalar kesilecektir. Kesilme gerilimi 250 kg/cm² olduğuna göre zımbanın uygulayacağı kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenenler
s = 3 mm = 0,3 cm	L = ?
d = 25 mm = 2,5 cm	F = ?
τ = 250 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$F = \tau . L . s$ $\quad L = 3,14 . 2,5$ **L = 7,85 cm**

$L = \pi . d$ $\quad F = 250 . 7,85 . 0,3$

F = 588,75 kg

ÖRNEK

Kopma gerilimi 3000 kg/cm² olan 30 mm kare kesitli zımba, 3 mm kalınlığındaki sacdan parçalar kesecektir. Zımbanın bu kesimi yapabilmesi için uygulayacağı kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenenler
s = 3 mm = 0,3 cm	L = ?
d = 30 mm = 3 cm	F = ?
τ = 3000 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$F = \tau . L . s$ $\quad L = 4 . 3$ **L = 12 cm**

$L = 4 . d$ $\quad F = 3000 . 12 . 0,3$

F = 10800 kg

54. SIRA SİZDE

Kesilme gerilimi 1000 kg/cm² olan 2 mm kalınlığındaki sacdan, 20 mm çapında deliksiz rondela kesilecektir. Bu rondelayı kesebilmek için zımbanın uygulayacağı kuvveti bulunuz.

55. SIRA SİZDE

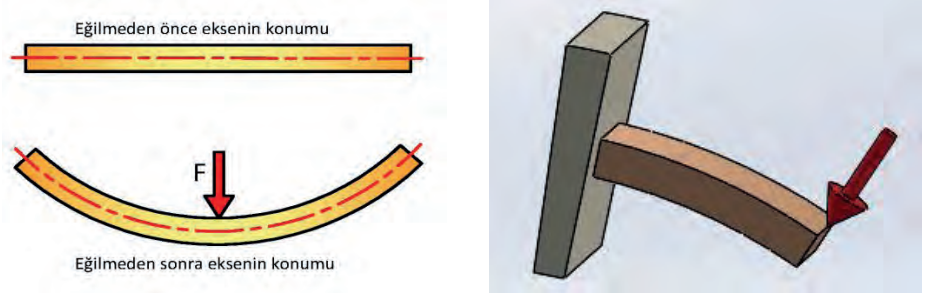
20 mm kare kesitli zımbanın 2 mm kalınlığındaki sacdan, 800 kg/cm² kopma gerilimi ile parça kesmesi için gereken kuvveti bulunuz.

2.5. EĞİLME DAYANIMI

Prizmatik bir kiriş ve çubuk gibi parçaların eksenini dik bir kuvvet etkilerse parça şekil değiştirir. Elastik cisimlerin uçları, el kuvveti uygulanarak birleştirilmeye çalışılırsa cisim eğilir. Bu şekildeki uygulamaların sonucunda parçanın ilk konumuna göre şekli değişir. Parçalardaki bu şekil değişimine **eğilme** denir (Görsel 2.67). Prizmatik bir cismin eksenini dik bir **F** kuvveti etkilerse cismin kesitinde, kesme kuvveti ve eğilme momenti meydana gelir. Eğilme momentinin etkisiyle cisim doğrusal durumdan eğri duruma geçer. Bu yeni durumda cismin ekseni de eğridir (Görsel 2.68). Cisimdeki bu eğri duruma **elastik eğri** denir. Eğilme momentinin etkisiyle de cisim eğilir. Cismin eğilmeye karşı gösterdiği dirence **eğilme dayanımı** denir.

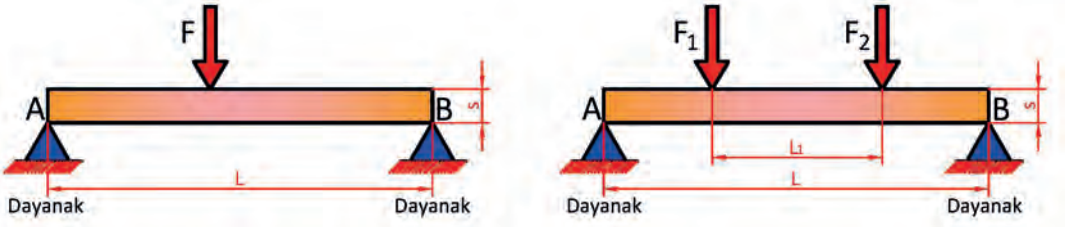


Görsel 2.67: Eğilme



Görsel 2.68: Eksenin konumu

Cisimleri, boy eksenine dik kuvvetler etkiler. Bu dik kuvvetleri karşılamak için de dayanaklar kullanılır. Görsel 2.69'daki çubuğa uygulanan **F** kuvvetini karşılayacak **A** ve **B** noktalarına dayanak eklendiği görülmektedir. Çubuğa uygulanan **F** kuvveti artırıldığında eğer çubuk elastik malzemeden yapılmamışsa kırılır veya kesilir.



Görsel 2.69: Dayanak

Eğilme, çubukta bir noktada olmaz. Tüm çubuk eğilmenin etkisi altındadır. Dayanaklara yaklaştıkça eğilme azalır, dayanaklardan uzaklaştıkça eğilme artar. Dayanaklara gelen yük, uygulanan kuvvetin dayanaklara uzaklığı ile doğru orantılıdır.

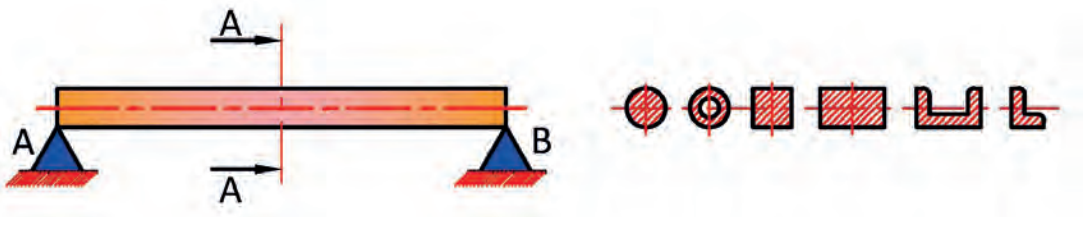
Eğilme momenti sonucunda ortaya çıkan eğilme gerilimi; cismin iç kısmında kısalma gerilimi, cismin dış kısmında ise uzama gerilimi meydana getirir. Bu durumda bağıntılar kurulurken

1. Cismin üzerindeki yük kalktığında cismin eski hâline geleceği,
2. Cismin homojen olduğu,
3. Cisimlerin çekilme ve basılma elastikiyet modüllerinin birbirlerine eşit olduğu,
4. Cisimlerin kesitlerinin sabit olduğu kabul edilir.

Bir eğilme problemi çözülürken cismin kesitinin atalet ve dayanım momenti, kesme kuvveti diyagramı ve eğilme momenti diyagramı gibi bilgilere gerek vardır.

2.5.1. Kirişlerde Eğilme Dayanımı

Eksenlerine dik gelen **F** kuvvetinin etkisiyle eğilmeye çalışılan ve değişik kesitlerde üretilen elemanlara **kiriş** denir (Görsel 2.70).

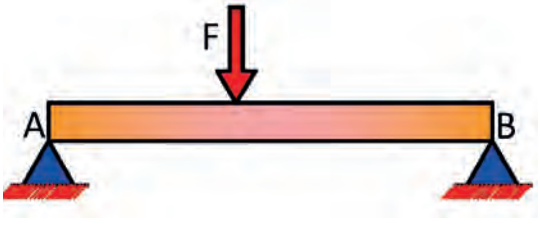


Görsel 2.70: Kiriş kesitleri

2.5.2. Kiriş Yükleme Çeşitleri

Üç çeşit kiriş yükleme vardır.

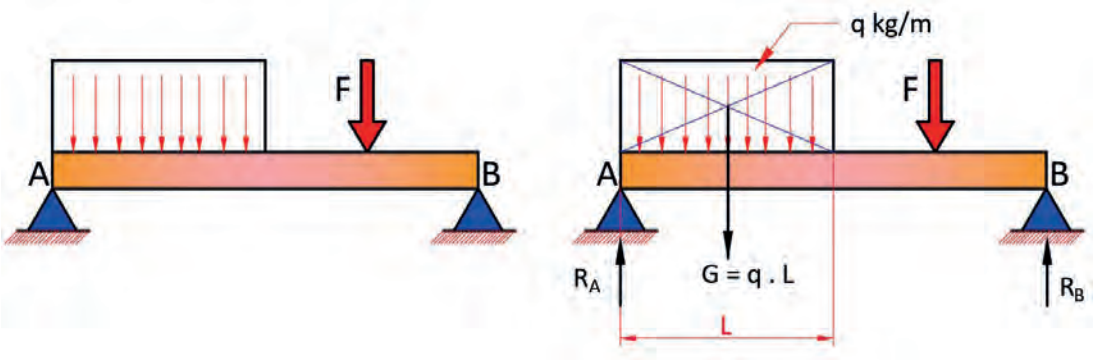
1. **Tek Noktadan Etki Eden Yükleme:** Kirişin eksenine dik şekilde ve tek noktadan etki eden yüklere **noktasal yük** denir. Kirişe etki eden cismin etki alanı çok küçük olduğu için nokta olarak kabul edilmiştir. Bu tip yüklemelerde kirişin dayanak noktaları ile kirişe gelen yük dengededir. Kirişe gelen yükleri sadece eksene dik gelen kuvvetler karşılar. Eksenel yükleri karşılamaz (Görsel 2.71).



Görsel 2.71: Tek noktadan etki eden yükleme

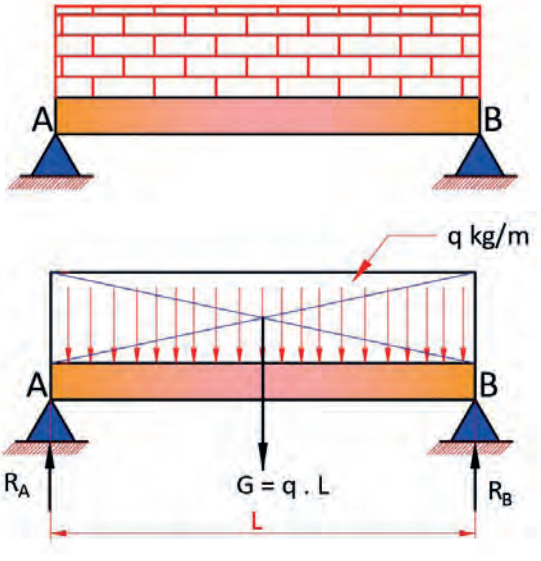
2. Sürekli (Yayılı) Yükleme: Kirişin uzunluğunu veya bir alanını kaplayan yüklere **sürekli (yayılı) yükler** denir. Binanın kirişi üzerine örülmüş tuğlalar yayılı yüklere örnektir. Yayılı yükler hesaplanırken yayılı yükün ağırlığı **(q)** ile yayılı yükün boyu **(L)** çarpılır ve yükün dayanaklara ne kadar etki ettiği bulunur **(G = q . L)**. Eğer yayılı yükün boyu dayanaklar arasındaki mesafe kadarsa dayanaklara gelen yükler eşit demektir. Elde edilen değer, yayılı yükün ağırlık merkezinden **(G)** geçen noktasal yük gibi değerlendirilerek diyagram çizimi yapılır (Görsel 2.72).

$$(R_A = R_B = \frac{q \cdot L}{2})$$



Görsel 2.72: Sürekli (Yayılı) yükler

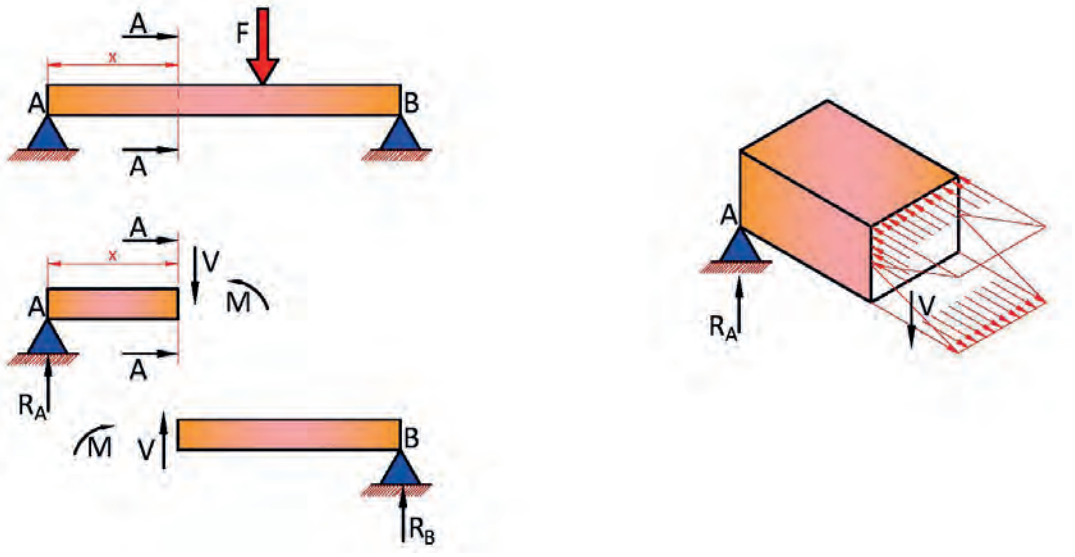
3. Karışık Yüklemeler: Kirişin üzerinde hem noktasal hem de yayılı yük varsa bu yüklere **karışık yüklemeler** denir. Karışık yüklemelerde yayılı yükün ağırlığı ile yayılı yükün boyu çarpılarak etkilediği kuvvet bulunur. Denge şartları gerçekleştirilirken yayılı yükün ağırlık merkezinden geçtiği kabul edilen noktasal kuvvet gibi hesaplanır (Görsel 2.73).



Görsel 2.73: Karışık yükler

2.5.3. Kirişlerde Kesme Kuvvetleri ve Moment Diyagramının Çizimi

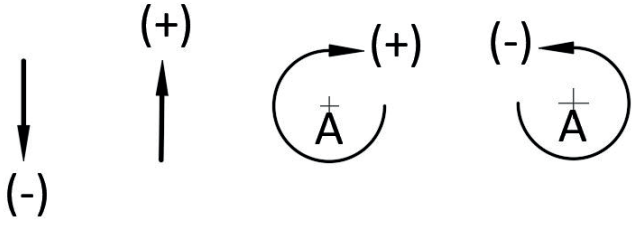
Görsel 2.74'te **F** yükünün ve R_A, R_B dayanak tepkisinin altında dengede duran kiriş görülmektedir. Kirişin ağırlığı yok sayılarak **A** noktasından, **x** mesafede kirişin ikiye ayrıldığı düşünülür.



Görsel 2.74: Kesme kuvveti ve moment

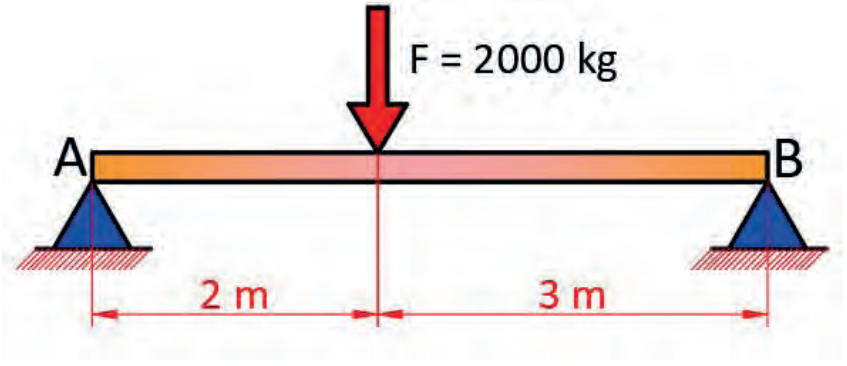
Kesilen kirişin sol tarafında dış yük olarak sadece sol dayanak tepki kuvveti R_A vardır. Kesilen kiriş parçasının denge şartları incelenir. Kirişte yatay kuvvet olmadığı için yatay tepki de yoktur. Denge şartlarından birincisi olan **ΣFx = 0** şartı kendiliğinden oluşmuştur. İkinci denge şartı olan **ΣFy = 0** olması durumundaysa **A – A** kesitindeki malzeme lifleri, R_A ile denge oluşturarak iç kuvvet meydana getirir. **V** ile gösterilen kuvvete **kesme kuvveti** denir. Üçüncü denge şartı ise toplam momentlerin **0** olması durumudur **(ΣM = 0)**. **V** ve R_A kuvvetleri eşit olduğundan $M = R_A \cdot x$ olan çift bir kuvvet meydana gelir. Kirişi eğmeye çalışan bu momente de **eğilme momenti** denir.

Bu inceleme sonucunda kirişler, eksenine dik kuvvetler ile yüklenirse kiriş kesitinde kesme kuvveti ve eğilme momenti meydana gelir. Kesme kuvveti ve eğilme momenti tek yönlü olmayıp seçilen tarafa doğru yön değiştirir. Yapılacak işlemlerde, kesim sonucu **A** noktası veya farklı bir nokta etrafında moment alınırken kuvvetlerin dönme yönü saat ibresinin yönündeyse pozitif **(+)**, saat ibresinin tersi yönündeyse de negatif **(-)** alınır. Kuvvetlerin yönü alınırken de yukarı doğru olan kuvvetler pozitif **(+)**, aşağı doğru olan kuvvetlerse negatif **(-)** alınır (Görsel 2.75).



Görsel 2.75: Moment yönleri

ÖRNEK



Görsel 2.76: Tek noktalı yüklenmiş kiriş

Görsel 2.76'da üzerine 2000 kg yük uygulanmış ve iki ucundan dayanakla sabitlenmiş kiriş görülmektedir. Bu kirişin kesme kuvvetleri ve moment diyagramını çizerek maksimum kesme noktasını bulunuz.

ÇÖZÜM

Bu şekildeki sorular çözülürken yapılması gereken ilk işlem denge şartlarını incelemektir. Yani **ΣFx = 0, ΣFy = 0, ΣM = 0** olmalıdır.

ΣFx = 0 kuralı **x** yönünde kuvvet olmadığı için kendiliğinden oluşmuştur.

ΣFy = 0 kuralı ise tepki kuvvetlerinin ve uygulanan kuvvetlerin yönlerine dikkat edilerek hesaplanır.

ΣFy = 0

$R_A + R_B - F = 0$ $R_A + R_B - 2000 = 0$ **$R_A + R_B$ = 2000 kg** bulunur.

ΣM = 0 kuralına göre toplam momentler **0** olmalıdır. Bunun için seçilen bir dayanak noktasına göre döndürme merkezi alınır ve kuvvetlerin yönlerine dikkat edilerek moment işlemi yapılır. **A** noktasına göre moment alınırsa

$\Sigma M_A = 0$

$F \cdot 2 - R_B \cdot 5 = 0$ $2000 \cdot 2 - 5 \cdot R_B = 0$ $5 \cdot R_B = 4000$ **R_B = 800 kg** bulunur.

$\Sigma F_y = 0$ ve **$\Sigma M_A = 0$** işlemleri sonucunda bulunan değerler yerlerine yazılarak **R_A** dayanak kuvveti bulunur.

$R_A + R_B = 2000$ ve $R_B = 800$ ise

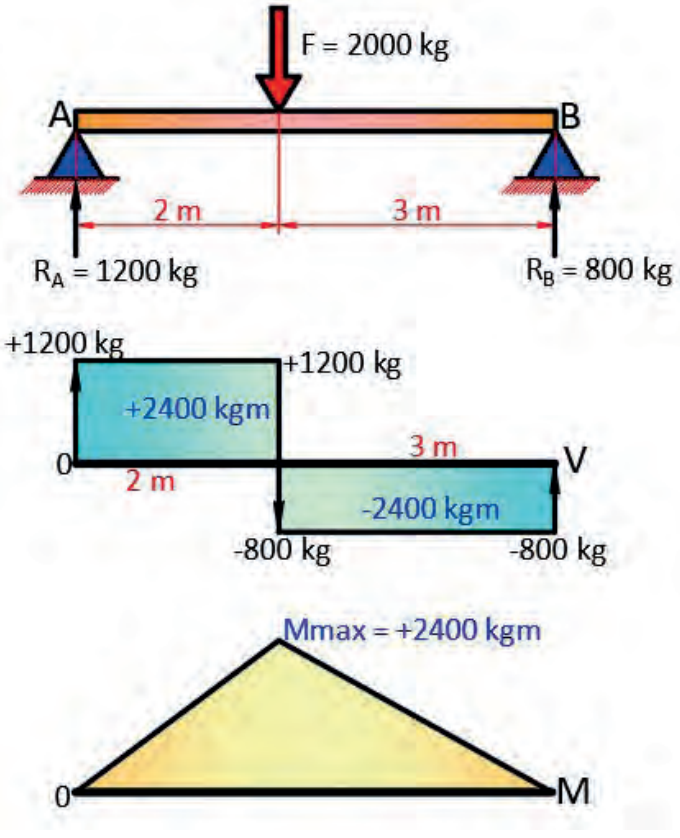
$R_A + 800 = 2000$

$R_A = 2000 - 800$

$R_A = 1200$ kg bulunur.

Denge şartları sağlandıktan sonra kirişin kesme kuvvetlerinin diyagramı çizilir. Diyagram çizimine öncelikle kesme kuvvetinin çizgisi çizilerek başlanır. Kesme kuvvetlerinin çizgisi kirişe paralel ve kirişle aynı boyutta çizilirse çözüm için kolaylık sağlar. Kesme kuvvetinin çizgisine kiriş dayanak kuvvetleri ve kirişe uygulanan kuvvetlerin yönlerine bakılarak vektör taşınır. Çizginin sol ucu **0** kabul edilirse kuvvetlerin taşınma işlemi bittikten sonra sağ ucu da **0** olmalıdır.

Moment diyagramını **(M)** bulmak için kesme kuvvetlerinin diyagramından yararlanılır. Kesme kuvvetlerinin diyagramında oluşan dikdörtgenlerin alanları hesaplanır. Çizginin üst kısmındaki alanların toplamı, çizginin alt kısmındaki alanların toplamına eşit olmak zorundadır. Hesaplanan alanlar yardımıyla moment diyagramı tamamlanır (Görsel 2.77).



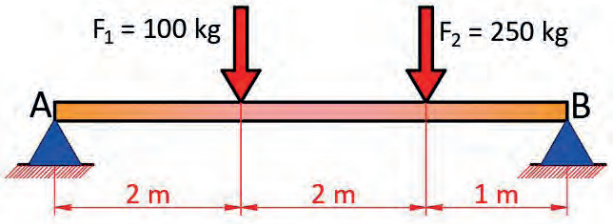
Görsel 2.77: Kesme kuvvetleri ve moment diyagramı

ÖRNEK

Görsel 2.78'de görülen kirişi aynı yönlü F_1 ve F_2 kuvvetleri etkiliyor. Bu kirişin

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetini,

b) Kesme kuvvetleri ve moment diyagramını bulunuz.



Görsel 2.78: Birden fazla kuvvetin etkisi

ÇÖZÜM

Çözüme denge şartlarının incelenmesi ile başlanır **(ΣFx = 0, ΣFy = 0, ΣM = 0)**.

ΣFx = 0 şartı **x** yönünde herhangi bir kuvvet olmadığı için denge şartı kendiliğinden oluşur.

ΣFy = 0 şartı $R_A + R_B - F_1 - F_2 = 0$ $R_A + R_B - 100 - 250 = 0$ $\mathbf{R_A + R_B = 350\ kg}$ olur.

ΣM = 0 şartı **A** noktasına göre moment alınırsa

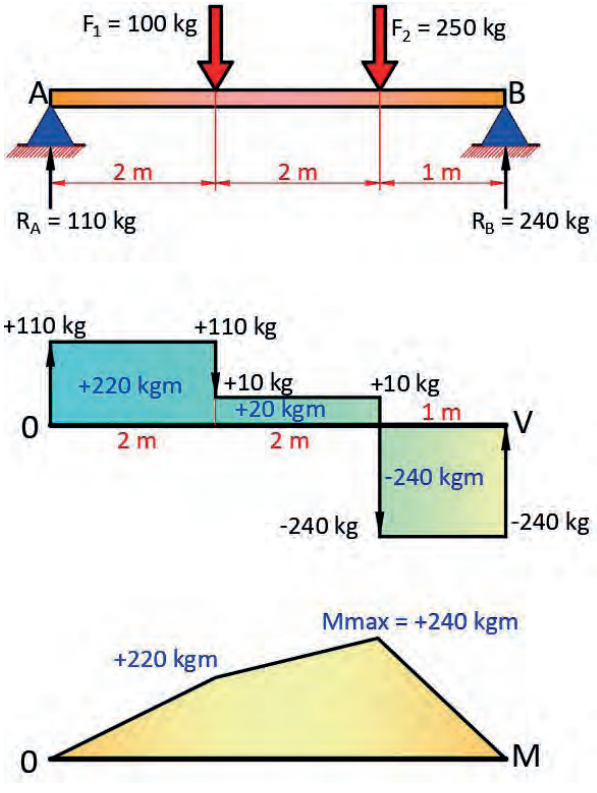
$\mathbf{\Sigma M_A = 0}$ $F_1 . 2 + F_2 . 4 - R_B . 5 = 0$

$100 . 2 + 250 . 4 - R_B . 5 = 0$

$5 . R_B = 200 + 1000$ $5 . R_B = 1200$ $\mathbf{R_B = 240\ kg}$

$R_A + R_B = 350$ kg $R_A + 240 = 350$ $\mathbf{R_A = 110\ kg}$

Tepki kuvvetleri bulunduktan sonra kesme kuvvetleri ve moment diyagramı çizilir (Görsel 2.79).



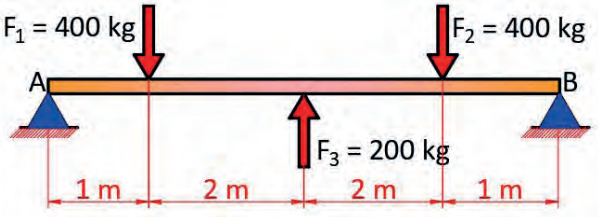
Görsel 2.79: Kesme kuvvetleri ve moment diyagramı

ÖRNEK

Görsel 2.80'deki çubuk F_1, F_2 ve F_3 kuvvetlerinin etkisi altındadır. Çubuğun

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetini,

b) Kesme kuvvetleri ve moment diyagramını bulunuz.



Görsel 2. 80: Farklı yöndeki kuvvetler

ÇÖZÜM

Çözüme denge şartlarının incelenmesi ile başlanır **(ΣFx = 0, ΣFy = 0, ΣM = 0)**.

ΣFx = 0 şartı **x** yönünde herhangi bir kuvvet olmadığı için denge şartı kendiliğinden oluşur.

ΣFy = 0 şartı $R_A + R_B - F_1 - F_2 + F_3 = 0$ $R_A + R_B - 400 - 400 + 200 = 0$ **$R_A + R_B = 600$ kg** olur.

ΣM = 0 şartı **A** noktasına göre moment alınırsa

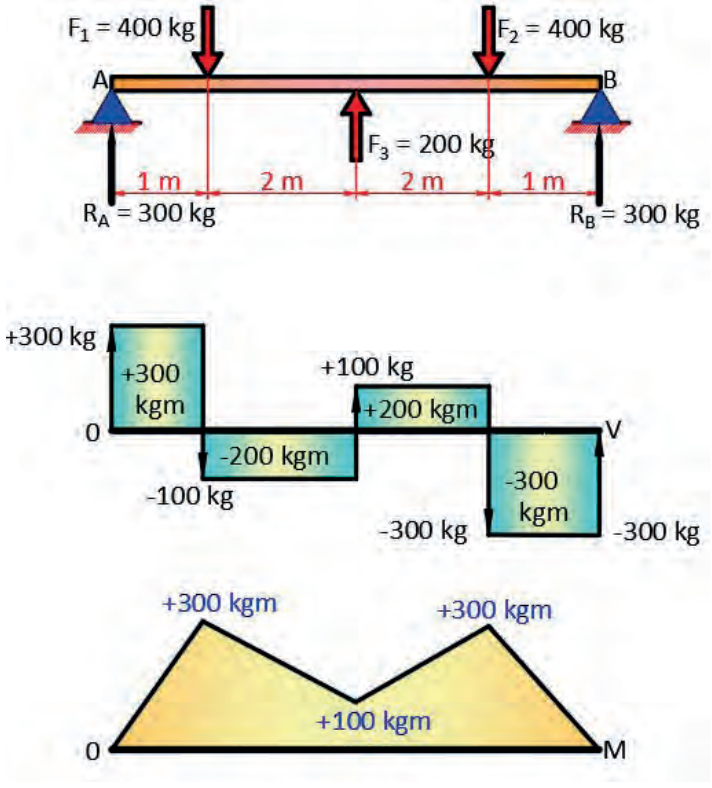
$\Sigma M_A = 0$ $F_1 . 1 + F_2 . 5 - F_3 . 3 - R_B . 6 = 0$

$400 . 1 + 400 . 5 - 200 . 3 - R_B . 6 = 0$ **$400 + 2000 - 600 = 6 . R_B$**

$6 . R_B = 1800$ **$R_B = 300$ kg**

$R_A + R_B = 600$ kg $R_A + 300 = 600$ kg **$R_A = 300$ kg**

Tepki kuvvetleri bulunduktan sonra kesme kuvvetleri ve moment diyagramı çizilir (Görsel 2.81).



Görsel 2.81: Kesme kuvvetleri ve moment diyagramı

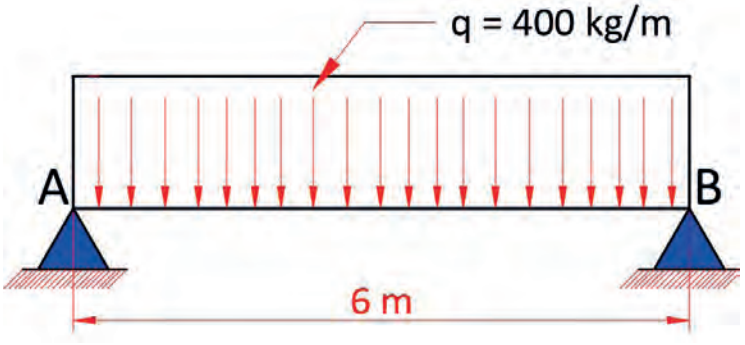
ÖRNEK

Görsel 2.82'deki yayılı yük, A ve B uçlarından dayanakla dengelenmiştir. Yayılı yükün

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetini,

b) Kesme kuvvetlerini,

c) Moment diyagramını bulunuz.



Görsel 2.82: Yayılı yük

ÇÖZÜM

Yayılı yük, dikdörtgen görünümünde olduğu için dikdörtgenin köşegenlerinin çapraz olarak birleştirilmesi ağırlık merkezini belirler. Buradan aşağı yönlü **G = q . L** işlemi yapılarak yayılı yük, noktasal yük hâline getirilir (Görsel 2.83).

G = q . L G = 400 . 6 **G = 2400 kg** bulunur.

a) Dayanak noktalarının tepki kuvveti bulunurken denge şartlarından faydalanılır.

∑Fy = 0 şartında ise yayılı yük, tam boyda **A** ve **B** dayanakları üzerinde olduğu için

$$R_A = R_B = \frac{q \,.\, L}{2} \quad R_A = R_B = \frac{400 \,.\, 6}{2} \quad \mathbf{R_A = R_B = 1200\ kg}\ \text{bulunur.}$$

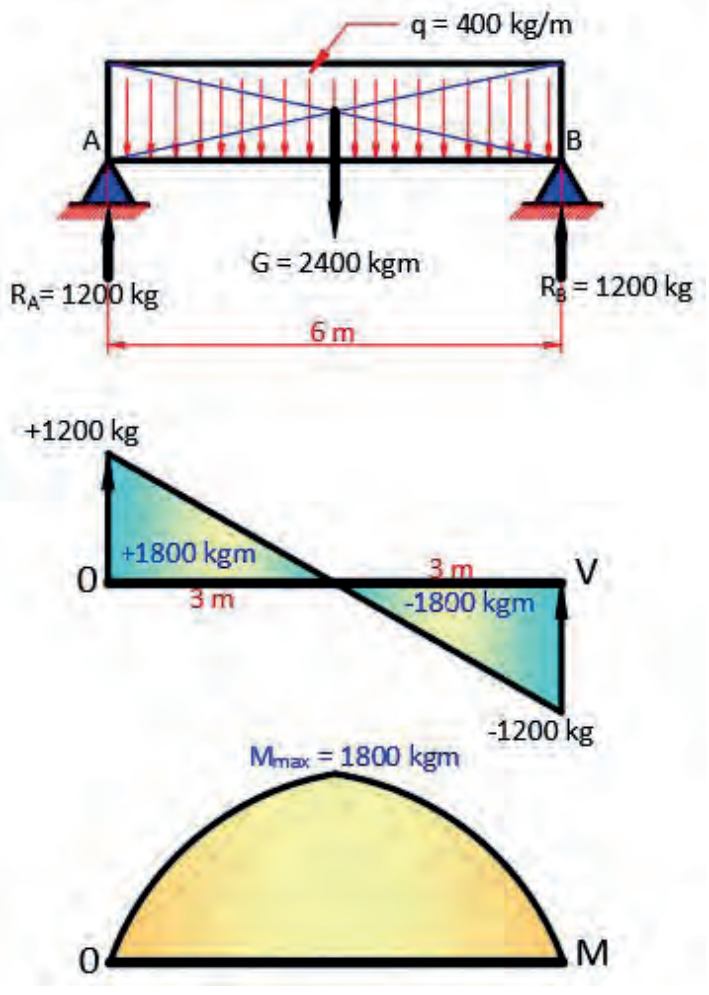
∑M = 0 şartı için **A** noktasından moment alınırsa $\sum M_A = 0$ G . 3 - R_B . 6 = 0 **R_A = R_B = 1200 kg** olduğu ispatlanır.

b) Kesme kuvveti diyagramı çizilirken yayılı yük dikkate alınır. **R_A** dayanak kuvveti 1200 kg yukarı **(+)** alınır. Sonraki yük, yayılı yük olacağından **R_B**ye gidecek çizgi yayılı yük boyunca çapraz olarak gider. **R_B** **(+)** yönlü olduğu için kesme kuvveti çizgisine sıfırlanarak diyagram çizimi tamamlanır (Görsel 2.83).

c) Moment diyagramı çizilirken kesme kuvvetleri diyagramından yararlanılır. Kesme kuvvetleri çizgisinin üstünde ve altında kalan bölgelerin şekillerine bakılarak alanları hesaplanır. Üst ile alt bölgedeki alanlar birbirine eşit olmak zorundadır. Görsel 2.83'te üstte ve altta kalan şekiller üçgen olduğu için üçgenin alan formülünden yararlanarak

$A = \frac{a \,.\, h}{2}$ $A = \frac{1200 \,.\, 3}{2}$ $\mathbf{A = +1800\ kgm}$ bulunur.

Kesme kuvvetlerinin diyagramında **(+)** ve **(-)** bölgelerdeki alanlar eşit olduğu için alt bölge alanı da **-1800 kgm** olarak bulunur. Alanlar hesaplandıktan sonra moment diyagramına moment çizgisi çizilerek başlanır. **0** noktasından başlayarak maksimum moment noktası olan ağırlık merkezine kadar ki alan büyüklüğünde çizim yapılır. Yapılacak bu çizim yayılı yük boyunca eğri olacaktır. Görseldeki gibi tamamı yayılı yük ile yüklenmiş sistemlerde tüm çizgiler eğri şeklindedir. **G** noktasından sonra $\mathbf{R_B}$ noktasına kadar çizim yapılarak moment diyagramı tamamlanır (Görsel 2.83).



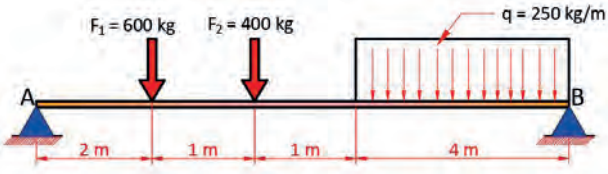
Görsel 2.83: Kesme kuvvetleri ve moment diyagramı

ÖRNEK

Görsel 2.84'teki sistem dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri ve moment diyagramını çiziniz.



Görsel 2.84: Karışık yükleme

ÇÖZÜM

$G = q \cdot L \quad G = 250 \cdot 4 \quad \mathbf{G = 1000\ kg}$

$\mathbf{\sum Fx = 0}$

$\mathbf{\sum Fy = 0}$

$R_A - F_1 - F_2 - G + R_B = 0 \quad R_A + R_B - 600 - 400 - 1000 = 0 \quad \mathbf{R_A + R_B = 2000\ kg}$

$\mathbf{\sum M = 0}$

$\mathbf{\sum M_A = 0}$

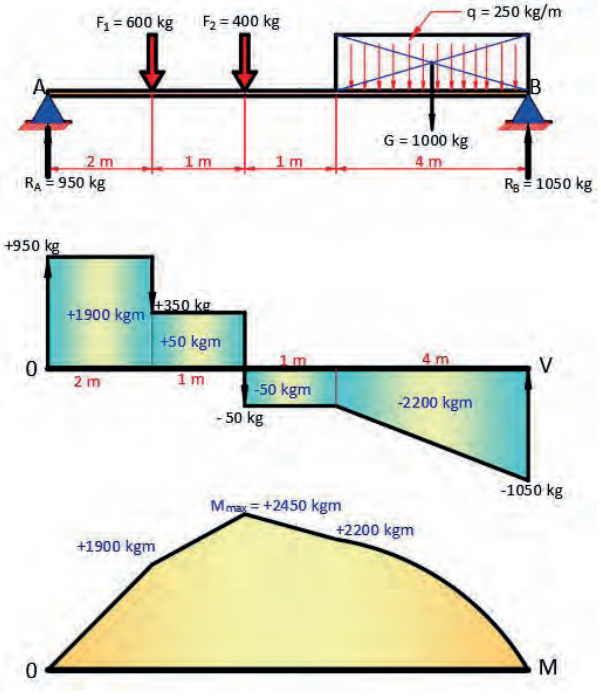
$F_1 \cdot 2 + F_2 \cdot 3 + G \cdot 6 - R_B \cdot 8 = 0$

$600 \cdot 2 + 400 \cdot 3 + 1000 \cdot 6 = 8 \cdot R_B \quad 1200 + 1200 + 6000 = 8 \cdot R_B \quad 8400 = 8 \cdot R_B$

$\mathbf{R_B = 1050\ kg}$

$R_A + R_B = 2000\ kg \quad R_A + 1050 = 2000 \quad \mathbf{R_A = 950\ kg}$

Tepki kuvvetleri bulunduktan sonra kesme kuvvetleri ve moment diyagramı çizilir (Görsel 2.85).



Görsel 2.85: Kesme kuvvetleri ve moment diyagramı

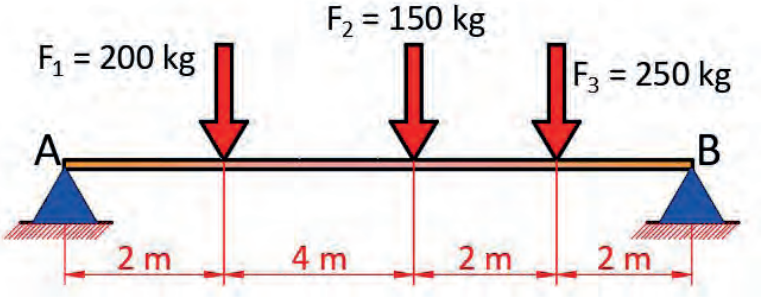
56. SIRA SİZDE

Görsel 2.86'daki çoklu noktasal yükler dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

c) Moment diyagramını çiziniz.



Görsel 2.86: Çoklu noktasal yük

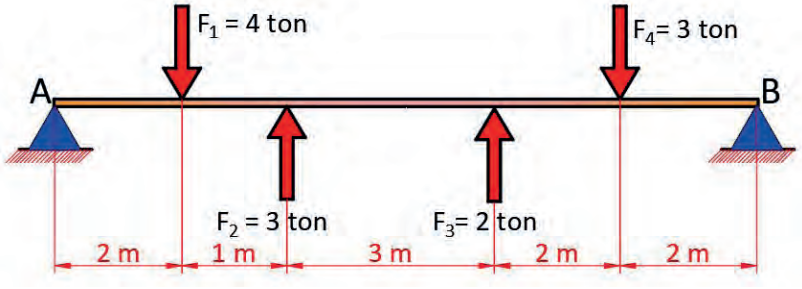
57. SIRA SİZDE

Görsel 2.87'deki zıt yönlü noktasal yükler dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

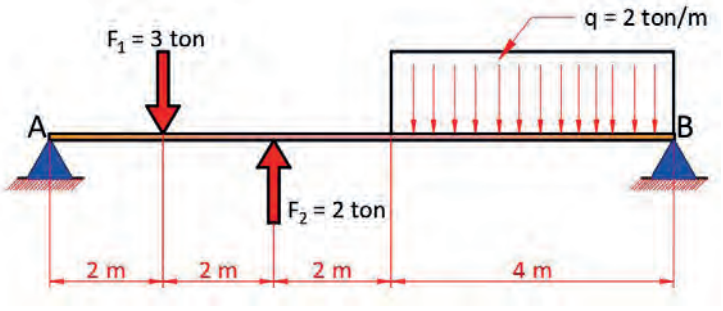
b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

c) Moment diyagramını çiziniz.



Görsel 2.87: Zıt yönlü ve çoklu noktasal yük

58. SIRA SİZDE



Görsel 2.88: Karışık yükleme

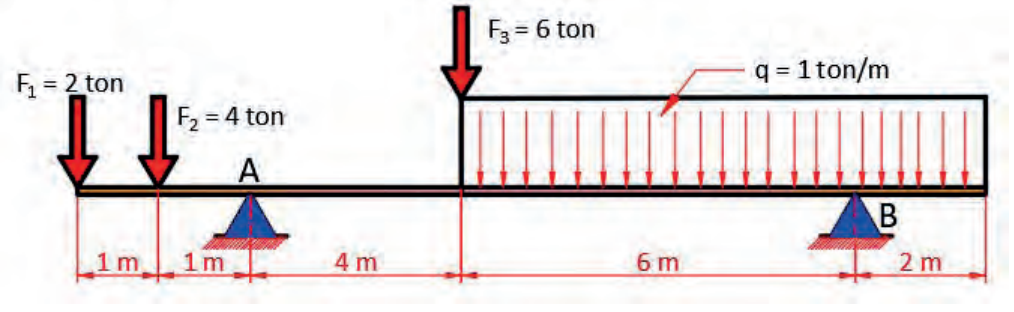
Görsel 2.88'deki karışık yükleme sistemi dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

c) Moment diyagramını çiziniz.

59. SIRA SİZDE



Görsel 2.89: Karışık yükleme

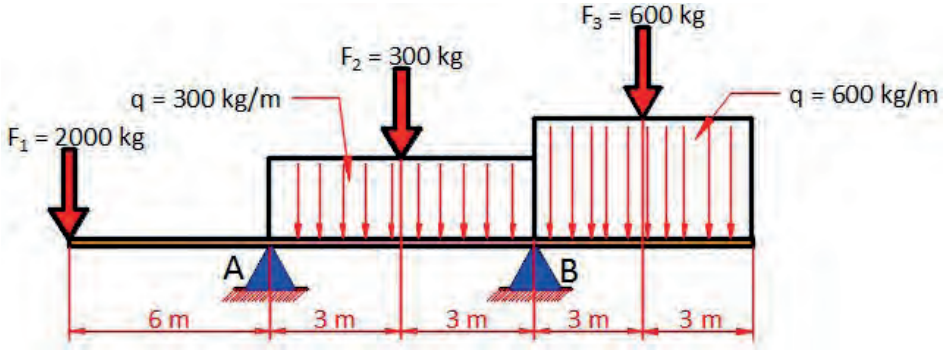
Görsel 2.89'daki karışık yükleme sistemi dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

c) Moment diyagramını çiziniz.

60. SIRA SİZDE



Görsel 2.90: Çoklu karışık yükleme

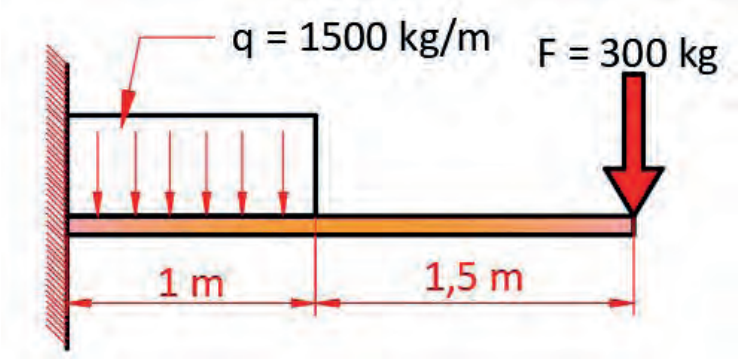
Görsel 2.90'daki çoklu karışık yükleme sistemi dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

c) Moment diyagramını çiziniz.

61. SIRA SİZDE



Görsel 2.91: Ankastre yükleme

Görsel 2.91'deki ankastre yükleme sistemi dengede olduğuna göre

a) Dayanak noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.

b) Kesme kuvvetleri diyagramını çiziniz.

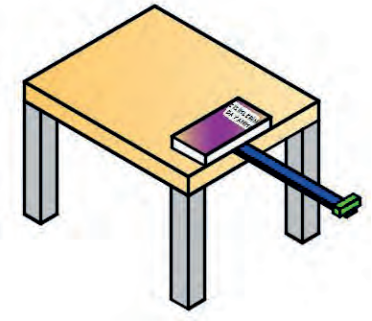
c) Moment diyagramını çiziniz.

Sınıf İçi Etkinlik

Eğilme dayanımı konusunu daha iyi anlayabilmek için aşağıda sizden istenen etkinlikleri yapınız. Eğilmenin cisimler üzerindeki etkisini gözlemleyiniz ve gözlem sonuçlarını arkadaşlarınızla tartışınız.

1. ETKİNLİK

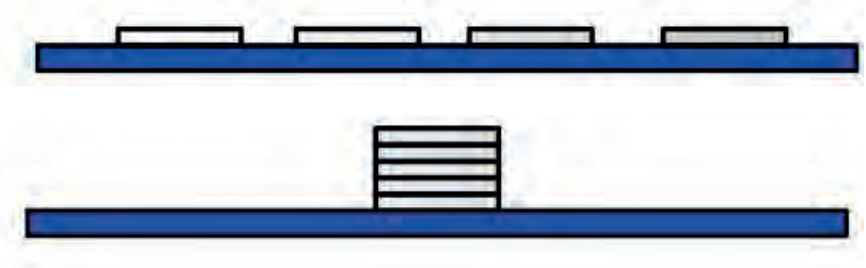
30 cm uzunluğunda cetvel veya benzeri bir çubuk alınız. Cetveli masanın bir kenarına koyarak destekleyiniz (Görsel 2.92). Daha sonra cetvelin boş ucuna sınıfınızdaki küçük parçaları ağırlık olacak şekilde koyarak cetveldeki değişimi gözlemleyiniz. Cetvel düşene kadar ağırlık koymaya devam ediniz. Cetvel düştükten sonra cetvelin neden düştüğünü sınıf ortamında tartışınız.



Görsel 2.92: Masa üzerinde dengelenmiş cetvel

2. ETKİNLİK

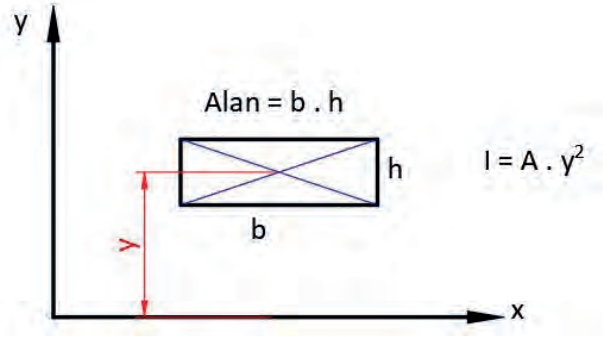
1. Uzunluğu en az **1 m** olan ahşap bir çubuk temin ediniz.
2. Çubuğun uçlarından birer arkadaşınızın tutmasını sağlayınız. Bu arkadaşlarınız çubuğun dayanakları olacaktır.
3. Kitaplarınızı çubuğun üzerine yan yana gelecek şekilde sırayla yerleştirerek çubukta meydana gelen değişimi gözlemleyiniz.
4. Daha sonra kitapları çubuğun ortasına üst üste koyarak çubuktaki değişimi gözlemleyiniz.
5. Kitapların yan yana ve üst üste konulması arasındaki farkı değerlendirerek arkadaşlarınızla tartışınız (Görsel 2.93).



Görsel 2.93: Çubuğun üzerindeki kitaplar

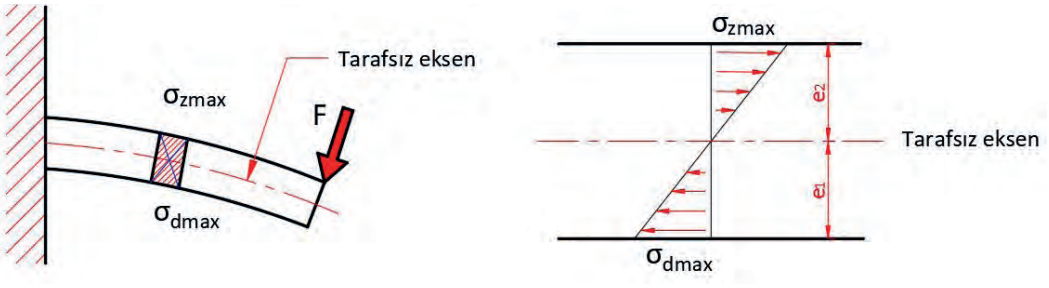
2.5.4. Atalet Momenti

Atalet momenti, cisimlerin harekete karşı göstermiş olduğu dirençtir. Bir cismin bir eksene göre atalet momenti, o cismin alanı ile eksene olan uzaklığının karesinin çarpımına eşittir. Bu çarpma alanına **ikinci momenti** de denir. Bir uzunluk ile bir alanın çarpımına **statik moment** denir. Bir uzunluğun karesi ile bir alanın çarpımına da **atalet momenti** denir ve **(I)** harfi ile gösterilir (Görsel 2.94).



Görsel 2.94: Atalet momenti

2.5.5. Dayanım Momenti



Görsel 2.95: Dayanım momenti

Görsel 2.95'teki gibi ankastre bir kiriş, üzerine uygulanan **F** kuvveti ile eğilmeye çalışılır. Kirişin ağırlık merkezinden geçen eksene **tarafsız eksen** denir. Kiriş ne kadar eğilirse tarafsız eksen de o kadar eğilir. Bu tip eğilme sırasında kirişin üst kısmındaki lifler uzar, alt kısmındaki lifler ise kısalır. Hook Kanunu'na göre en büyük uzama miktarı en büyük gerilme sırasında gerçekleşir. Kirişin tarafsız ekseninde herhangi bir değişiklik olmayacağı için gerilme de oluşmaz.

Kiriş kesitinin dayanabileceği en büyük moment, eğilme momentidir. Atalet momentinin yüksekliğin yarısına bölünmesiyle ortaya çıkan değere d**ayanım momenti** denir. **W** harfi ile gösterilir. Eğilme momentinin **(Mb)**, emniyetli gerilime **(σ_{em})** oranı şeklinde bulunur.

$$W = \frac{M_b}{\sigma_{em}}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

W = Dayanım momenti (cm^3)

$\mathbf{M_b}$ = Maksimum eğilme momenti (kg/cm)

$\boldsymbol{\sigma_{em}}$ = Emniyetli gerilim (kg/cm^2)

Herhangi bir kirişin eksenel atalet momentinin tarafsız eksenin en uzak noktasına oranı yine dayanım momentini verir. Dayanım momentinin birimi cm^3'tür. Dayanım Momenti $\mathbf{W = \frac{I}{e}}$ formülü ile bulunur. Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

W = Dayanım momenti (cm^3)

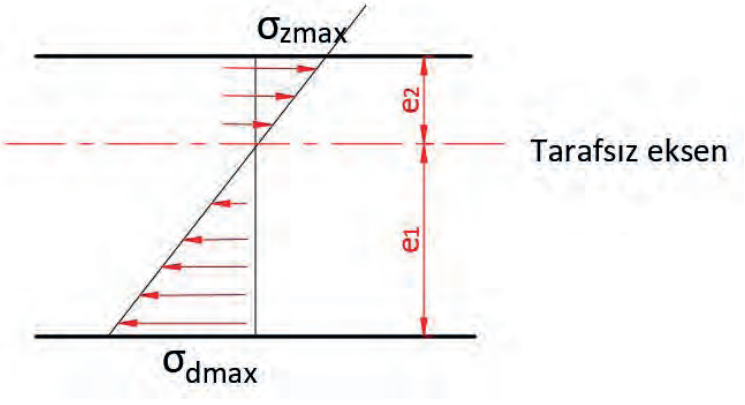
I = Atalet momenti (cm^4)

e = Tarafsız eksenin en uzak noktası (cm)

Kesit yüzeyi, tarafsız eksene göre simetrik ise **($e_1 = e_2$)** bu eksenden aynı uzaklıkta bulunan yüzey elemanlarındaki çekilme ve basılma gerilimleri de birbirlerine eşittir **($\sigma_{max} = \frac{Mb \cdot e}{I}$)**.

Tarafsız eksene göre simetrik olmayan kesit yüzeylerinde, en büyük basılma ve çekilme gerilmeleri tarafsız eksenden en uzak yüzeyde olur. Bazı gereçlerin basılma ve çekilme dayanımları eşit olmaz. Bu durumda basılma ve çekilme dayanımları ayrı ayrı hesaplanır. Görsel 2.96'da simetrik olmayan bir kesit yüzeyindeki basılma ve çekilme gerilimleri gösterilmiştir. Burada en büyük basma gerilimi σ_d ve en büyük çekilme gerilimi σ_z ise

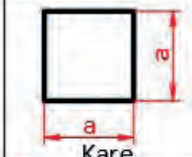
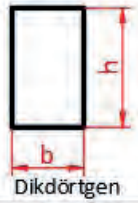
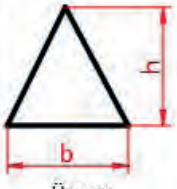
$$\sigma_{zmax} = \frac{Mb \cdot e_1}{I} \qquad \sigma_{dmax} = \frac{Mb \cdot e_2}{I} \text{ olur.}$$

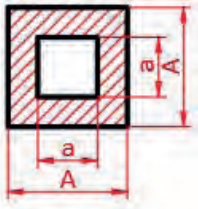
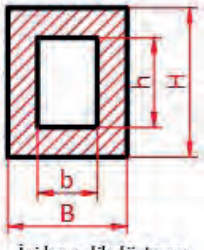


Görsel 2.96: Simetrik olmayan yüzeyin basılma ve çekilme mesafeleri

Eğilmeye çalışılan kesitler kare, dikdörtgen, daire, üçgen ve içi boş daire gibi şekiller olabilir. Cisimlerde birden fazla yüzey geometrik şekilde ise atalet momenti basit şekillere ayrılarak bulunur. Basit şekillerin atalet ve dayanım momenti Tablo 2.7'de verilmiştir.

Tablo 2.7: Bazı Geometrik Şekillerin Atalet ve Dayanım Momenti

Geometrik Şekil	Atalet Momenti (ı)	Dayanım Momenti (W)
 Kare	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^3}{6}$
 Daire	$\frac{d^4}{20}$	$\frac{d^3}{10}$
 Dikdörtgen	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^2}{6}$
 Üçgen	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{b \cdot h^2}{24}$

Geometrik Şekil	Atalet Momenti (ı)	Dayanım Momenti (W)
 İçi boş kare	$\frac{A^4 - a^4}{12}$	$\frac{A^3 - a^3}{6 \cdot A}$
 Daire halkası	$\frac{D^4 - d^4}{20}$	$\frac{D^4 - d^4}{10 \cdot D}$
 İçi boş dikdörtgen	$\frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{12}$	$\frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H}$

ÖRNEK

Kare kesitli ağaç kirişin bir kenarı 6 cm ve uzunluğu 180 cm'dir. Eğilme momenti 7200 kgcm olduğuna göre

a) Kirişin emniyetli eğilme momentini,

b) Kirişi etkileyen kuvveti,

c) Kirişin atalet momentini bulunuz.

Verilenler	İstenenler
a = 6 cm	σ_{em} = ?
L = 180 cm	F = ?
M_b = 7200 kgcm	I = ?

a) Ağaç kiriş kare kesitli olduğu için Tablo 2.7'den dayanım momentinin formülü alınır.

$W = \frac{a^3}{6}$ formülünden $W = \frac{6^3}{6}$ $\mathbf{W = 36\ cm^3}$ bulunur.

$W = \frac{M_b}{\sigma_{em}}$ formülünden $36 = \frac{7200}{\sigma_{em}}$ $\sigma_{em} = \frac{7200}{36}$ $\mathbf{\sigma_{em} = 200\ kg/cm^2}$ bulunur.

b) F kuvvetini bulmak için döndürme momentinin formülü kullanılır.

Mb = F . L 7200 = F . 180 **F = 40 kg** olarak bulunur.

c) Atalet momentini bulmak için Tablo 2.7'den kare kesitli atalet momentinin formülü alınır.

$I = \frac{a^4}{12}$ $I = \frac{6^4}{12}$ $I = \frac{1296}{12}$ $\mathbf{I = 108\ cm^4}$ bulunur.

ÖRNEK

Maksimum eğilme momenti 675 kgcm ve boyu 75 cm olan kare kesitli kirişin emniyetli gerilimi 150 kg/cm² ise

a) Kirişin bir kenarının uzunluğunu,

b) Kirişi etkileyen kuvveti,

c) Kirişin atalet momentini bulunuz.

Verilenler	İstenenler
σ_{em} = 150 kg/cm²	a = ?
L = 75 cm	F = ?
M_b = 675 kgcm	I = ?

ÇÖZÜM

a) Kiriş kare kesitli olduğu için Tablo 2.7'den dayanım momentinin formülü alınır.

$W = \frac{M_b}{\sigma_{em}}$ formülünden $W = \frac{675}{150}$ $\mathbf{W = 4,5\ cm^3}$ bulunur.

$W = \frac{a^3}{6}$ formülünden $4,5 = \frac{a^3}{6}$ $a^3 = 27$ $\mathbf{a = 3\ cm}$ bulunur.

b) F kuvvetini bulmak için döndürme momentinin formülü kullanılır.

Mb = F . L 675 = F . 75 **F = 9 kg** bulunur.

c) Atalet momentini bulmak için Tablo 2.7'den kare kesitli atalet momentinin formülü alınır.

$I = \frac{a^4}{12}$ $I = \frac{3^4}{12}$ $I = \frac{81}{12}$ $\mathbf{I = 6,75\ cm^4}$ bulunur.

ÖRNEK

Daire kesitli bir çubuğun emniyetli gerilimi **125 kg/cm²** ve eğilme momenti **800 kgcm** olduğuna göre çubuğun çapını ve atalet momentini bulunuz.

Verilenler	İstenenler
σ_{em} = 125 kg/cm²	d = ?
M_b = 800 kgcm	I = ?

ÇÖZÜM

a) Kiriş daire kesitli olduğu için Tablo 2.7'den dayanım momentinin formülü alınır.

$W = \frac{M_b}{\sigma_{em}}$ formülünden $W = \frac{800}{125}$ $\mathbf{W = 6,4\ cm^3}$ bulunur.

$W = \frac{d^3}{10}$ formülünden $6,4 = \frac{d^3}{10}$ $d^3 = 64$ $\mathbf{d = 4\ cm}$ bulunur.

b) Kiriş daire kesitli olduğu için Tablo 2.7'den atalet momentinin formülü alınır.

$I = \frac{d^4}{20}$ $I = \frac{4^4}{20}$ $I = \frac{256}{20}$ $\mathbf{I = 12,8\ cm^4}$ bulunur.

62. SIRA SİZDE

Boyutları 10x15 cm olan dikdörtgen kesitli 90 cm boyundaki beton blokun maksimum eğilme momenti 18000 kg olduğuna göre

a) Blokun emniyetli eğilme gerilimini,

b) Bloka etki eden kuvveti,

c) Blokun atalet momentini bulunuz.

63. SIRA SİZDE

Dikdörtgen kesitli kirişin kısa kenarı 5 cm ve kirişin emniyetli gerilimi 40 kg/cm²dir. Bu kirişin maksimum eğilme momenti 1200 kgcm olduğuna göre dikdörtgen kesitin uzun kenarını ve atalet momentini bulunuz.

64. SIRA SİZDE

Eğilme gerilimi 64 kg/cm² ve maksimum momenti 2400 kgcm olan kare kesitli kirişin kenar uzunluğunu ve atalet momentini bulunuz.

65. SIRA SİZDE

Dış çapı 10 cm olan borunun atalet momenti 295,2 cm⁴tür. Borunun emniyetli gerilimi 75 kg/cm² olduğuna göre maksimum eğilme momentini bulunuz.

66. SIRA SİZDE

Üçgen kesitli kirişin yüksekliği 12 cm ve atalet momenti 144 cm⁴tür. Kirişin boyu 600 cm, emniyetli gerilimi 2000 kg/cm² olduğuna göre

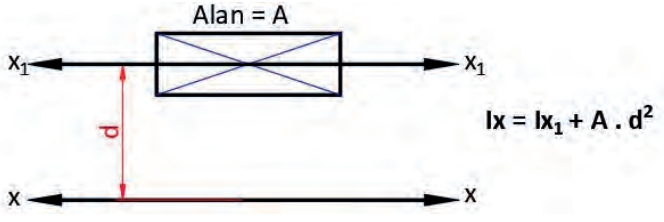
a) Üçgen kesitli kirişin kısa kenarını,

b) Üçgen kesitli kirişin dayanım momentini,

c) Üçgen kesitli kirişe etki eden kuvveti bulunuz.

2.5.6. Steiner (Ştayner) Teoremi

Paralel eksenler metodu olarak adlandırılan Steiner teoreminde, bir kesit yüzeyinin kendi merkezinden geçen eksene göre atalet momenti biliniyorsa bu eksene paralel ve **d** kadar uzaklıkta bulunan ikinci eksene göre atalet momenti bulunabilir. Görsel 2.97'de görülen paralel eksenler metoduna göre kesit yüzeyinin ağırlık merkezinden geçen eksene paralel herhangi bir eksene göre atalet momenti, cismin kesit alanı ve eksenler arasındaki mesafenin karesinin çarpımına eşittir.



Görsel 2.97: Steiner teoremi

$Ix = Ix_1 + A \cdot d^2$ formülündeki ifadeler şu şekildedir:

Ix = Şeklin kendi eksenine paralel x eksenine göre atalet momenti

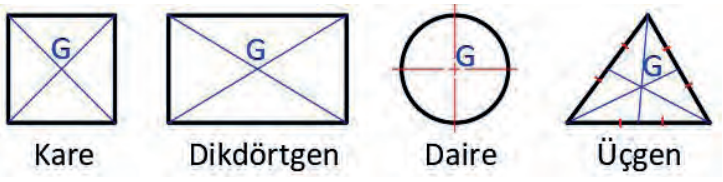
Ix_1 = Kesitin kendi ağırlık merkezinden geçen yatay eksene göre atalet momenti

A = Kesit alanı

d = İki paralel eksen arasındaki dik uzaklık

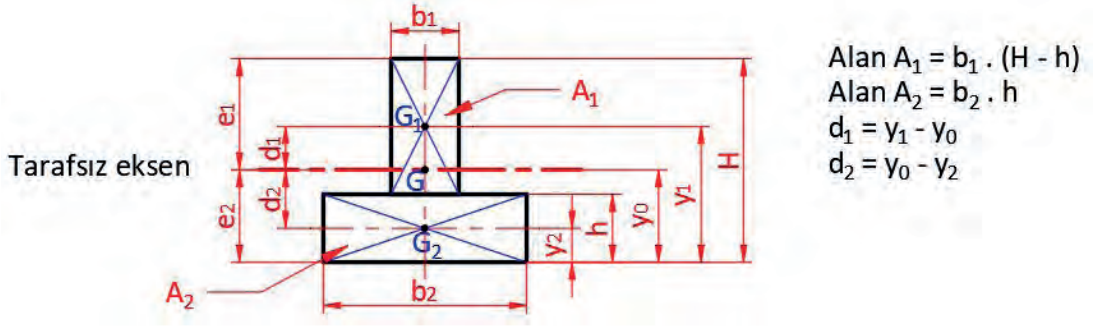
2.5.7. Birleşik Cisimlerin Atalet Momenti

Bileşik cisimlerin atalet momenti bulunurken cismin ağırlık merkezi belirlenir. Cismin kesiti, atalet momenti belli olan birkaç yüzeye bölünebilir. Bölünen alanların atalet momentini bulmak için de ağırlık merkezleri belirlenir. Bölünen alanlar kare, dikdörtgen, üçgen ve daire gibi şekiller olur. Görsel 2.98'de bazı basit şekillerin ağırlık merkezi verilmiştir.



Görsel 2.98: Basit şekillerin ağırlık merkezi

Bileşik bir cismin tarafsız eksene göre atalet momentini bulmak için ilk önce tüm kesitin ağırlık merkezi belirlenir ve bu merkezden geçen tarafsız eksen çizilir. Bu işlemden sonra kesit, atalet momenti bilinen basit şekillere ayrılır. Ayrılan bu basit şekillerin atalet momentlerinin toplamı istenilen sonucu verir. Tüm kesitin atalet momenti paralel eksenler metodu da denilen Steiner teoremi ile hesaplanır. Bulunan atalet momenti, kesitin tarafsız ekseninden üst veya alt yüzeyine olan en büyük uzaklığa bölünerek kesit yüzeyinin dayanım momenti bulunur (Görsel 2.99).



Görsel 2.99: Bileşik cisimlerin atalet momenti

$$x_0 = \frac{\sum \Delta A \cdot x}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} \qquad y_0 = \frac{\sum \Delta A \cdot y}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

Yukarıda verilen formüller kullanılarak ağırlık merkezinin koordinatları belirlenir. Görsel 2.99'daki ağırlık merkezi, kesit ağırlık merkezinden geçiyorsa şekil simetriktir ve paralel eksenler metodu simetrik parçalarda kullanılmaz.

Cismin tarafsız eksene göre atalet momenti Steiner teoremine göre alınırsa

$I_0 = (I_{A1} + A_1 \cdot d_1^2) + (I_{A2} + A_2 \cdot d_2^2)$ elde edilir.

$$I_0 = \frac{b_1 \cdot h^3}{12} + (b_1 \cdot h) \cdot d_1^2 + \frac{b_2 \cdot (H-h)^3}{12} + \left(b_2 \cdot (H-h) \cdot d_2^2\right)$$

Dayanım momenti ise şu şekilde bulunur:

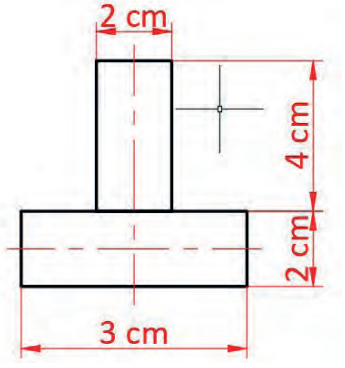
$$W_1 = \frac{I_0}{d_1} \qquad W_2 = \frac{I_0}{d_2}$$

ÖRNEK

Görsel 2.100'de birbirine dik birleştirilmiş dikdörtgen kesitlerin;

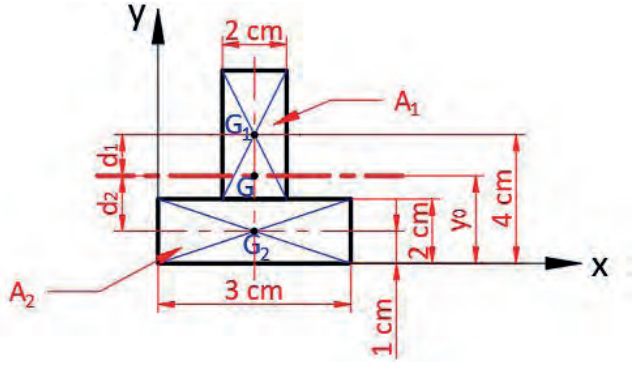
a) Ağırlık merkezi ve tarafsız ekseninin konumunu,

b) Yatay eksene göre atalet ve dayanım momentlerini bulunuz.



Görsel 2.100: Dik birleştirilmiş dikdörtgenler

ÇÖZÜM



Görsel 2.101: Sorunun analizi

Sorunun çözümüne; verilen şekil, bilinen basit şekillere ayrılarak başlanır. Oluşturulan iki dikdörtgenin ağırlık merkezleri, bu merkezlerin **x** ekseni ile $\mathbf{y_0}$ mesafeli ve ağırlık merkezinin geçtiği kabul edilen tarafsız ekseni çizilir (Görsel 2.101). Basit dikdörtgenlerin alanları ayrı ayrı hesaplanır. $\mathbf{A_1 = 4 \cdot 2 = 8\ cm^2}$ $\mathbf{A_2 = 3 \cdot 2 = 6\ cm^2}$ bulunur.

Cisimlerin ağırlık merkezi ve **G** ağırlık merkezi, **x** ekseniyle aynı hizada olduğu için cisim simetriktir ve **x** ekseni boyunca Steiner teoremi kullanılmaz. Ağırlık merkezlerinin **x** ekseni üzerinde **1,5 cm** mesafede aynı hizada olduğu görülür.

y eksenine göre Stainer teoremi uygulanırsa

$$y_0 = \frac{\sum \Delta A \cdot y}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{8 \cdot 4 + 6 \cdot 1}{8 + 6} = \frac{30}{14}$$

$\mathbf{y_0 = 2,14\ cm}$ bulunur.

$d_1 = 4 - y_0$ $d_1 = 4 - 2,14$ $d_1 = 1,86$ cm

$d_2 = y_0 - 1$ $d_2 = 2,14 - 1$ $d_2 = 1,14$ cm

y eksenine göre Stainer teoremi uygulanırsa

$$y_0 = \frac{\sum \Delta A \,.\, y}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \,.\, y_1 + A_2 \,.\, y_2}{A_1 + A_2} = \frac{8 \,.\, 4 + 6 \,.\, 1}{8 + 6} = \frac{30}{14} \qquad \mathbf{y_0 = 2,14\ cm} \text{ bulunur.}$$

$d_1 = 4 - y_0$ $d_1 = 4 - 2,14$ $d_1 = 1,86$ cm

$d_2 = y_0 - 1$ $d_2 = 2,14 - 1$ $d_2 = 1,14$ cm

Atalet momenti formülünden;

$I_0 = I_1 + A_1 \,.\, d_1^2 + I_2 + A_2 \,.\, d_2^2$

$$I_0 = \frac{b_1 \,.\, h^3}{12} + A_1 \,.\, d_1^{\,2} + \frac{b_2 \,.\, h^3}{12} + \left(A_2 \,.\, d_2^{\,2}\right)$$

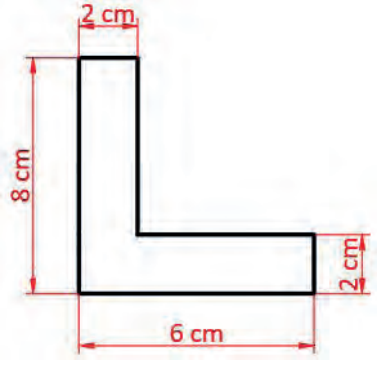
$$I_0 = \frac{2 \,.\, 4^3}{12} + 8 \,.\, 1{,}86^2 + \frac{3 \,.\, 2^3}{12} + 6 \,.\, 1{,}44^2 \qquad I_0 = 10{,}67 + 27{,}67 + 2 + 12{,}44$$

$\mathbf{I_0 = 52,78\ cm^4}$ bulunur.

Dayanım momenti bulunurken cismin tam boyu ile tarafsız eksenin böldüğü mesafeler hesaplanır. Cismin boyu **6 cm** olduğuna göre $\mathbf{e_2}$ mesafesi $\mathbf{y_o}$ kadardır **(e_2 = 2,14 cm)**. $\mathbf{e_2}$ ölçüsü ise tam boydan $\mathbf{y_o}$ çıkarılarak bulunur **(e_1 = 6 - 2,14 e_1 = 3,86 cm)**. Cisim simetrik olmadığı için iki farklı dayanım momenti meydana gelir.

$$W_1 = \frac{I_0}{e_1} \quad W_1 = \frac{52{,}78}{3{,}86} \quad \mathbf{W_2 = 13,67\ cm^3} \qquad W_2 = \frac{I_0}{e_2} \quad W_2 = \frac{52{,}78}{2{,}14} \quad \mathbf{W_1 = 24,66\ cm^3}$$

ÖRNEK



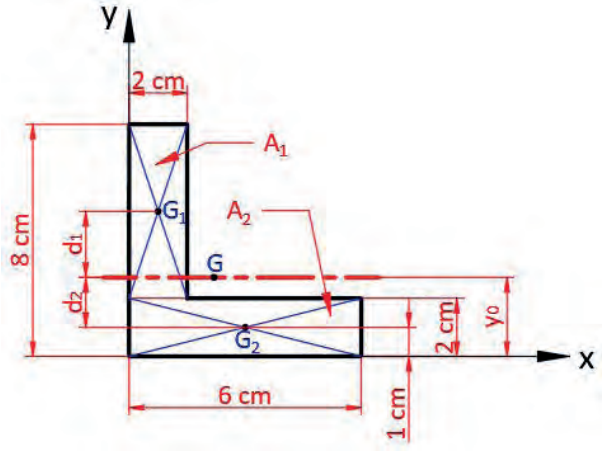
Görsel 2.102: L demir profil

Görsel 2.102'deki L demir profilin;

a) Ağırlık merkezi ve tarafsız ekseninin konumunu,

b) Yatay eksene göre atalet ve dayanım momentlerini bulunuz.

Sorunun çözümüne; verilen şekil, bilinen basit şekillere ayrılarak başlanır. Oluşturulan iki dikdörtgenin ağırlık merkezleri (G_1 ve G_2), bu merkezlerin x ekseni ile y_0 mesafeli ve ağırlık merkezinin geçtiği kabul edilen tarafsız ekseni çizilir (Görsel 2.103). Basit dikdörtgenlerin alanları ayrı ayrı hesaplanır. **$A_1 = 6 \cdot 2 = 12\ cm^2$** **$A_2 = 6 \cdot 2 = 12\ cm^2$** bulunur.



Görsel 2.103: L profil analizi

Cisim simetrik olmadığı için tarafsız eksenin konumu hem x hem de y eksenine göre işlem yapılarak bulunur.

$$x_0 = \frac{\sum \Delta A \cdot x}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} \quad x_0 = \frac{12 \cdot 1 + 12 \cdot 3}{12 + 12} \quad x_0 = \frac{48}{24} \quad \mathbf{x_0 = 2\ cm}$$

$$y_0 = \frac{\sum \Delta A \cdot y}{\sum \Delta A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} \quad y_0 = \frac{12 \cdot 4 + 12 \cdot 1}{12 + 12} \quad y_0 = \frac{60}{24} \quad \mathbf{y_0 = 2,5\ cm}$$

$d_1 = 4 - y_o$ $d_1 = 4 - 2,5$ **$d_1 = 1,5\ cm$** $d_2 = y_o - 1$ $d_2 = 2,5 - 1$ **$d_2 = 1,5\ cm$**

Atalet momenti formülünden;

$I_0 = I_1 + A_1 \cdot d_1^2 + I_2 + A_2 \cdot d_2^2$

$$I_0 = \frac{b_1 \cdot h^3}{12} + A_1 \cdot d_1^{\,2} + \frac{b_2 \cdot h^3}{12} + \left(A_2 \cdot d_2^{\,2}\right)$$

$$I_0 = \frac{2 \cdot 6^3}{12} + 12 \cdot 1,5^2 + \frac{6 \cdot 2^3}{12} + (12 \cdot 1,5^2) \qquad I_0 = 36 + 27 + 4 + 27$$

$I_0 = 94\ cm^4$ bulunur.

Dayanım momenti için **$e_1 = 8 - y_0$** **$e_1 = 8 - 2,5$** **$e_1 = 5,5\ cm$** **$e_2 = y_0 - 1$** **$e_2 = 1,5\ cm$**

$$W_1 = \frac{I_0}{e_1} \quad W_2 = \frac{94}{5,5} \quad \mathbf{W_1 = 17,09\ cm^3} \quad W_2 = \frac{I_0}{e_2} \quad W_2 = \frac{94}{1,5}$$

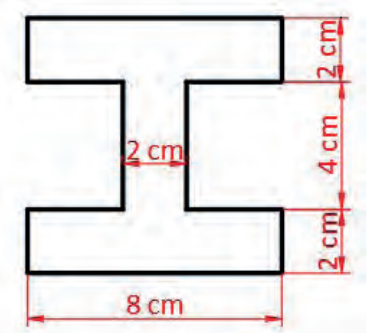
$W_2 = 62,67\ cm^3$ bulunur.

67. SIRA SİZDE

Görsel 2.104'teki I demir profilin;

a) Ağırlık merkezini ve tarafsız ekseninin konumunu,

b) Yatay eksene göre atalet ve dayanım momentlerini bulunuz.



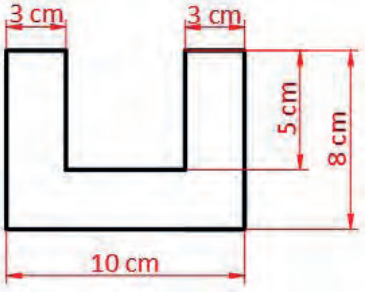
Görsel 2.104: I demir profil

68. SIRA SİZDE

Görsel 2.105'teki U demir profilin;

a) Ağırlık merkezini ve tarafsız ekseninin konumunu,

b) Yatay eksene göre atalet ve dayanım momentlerini bulunuz.



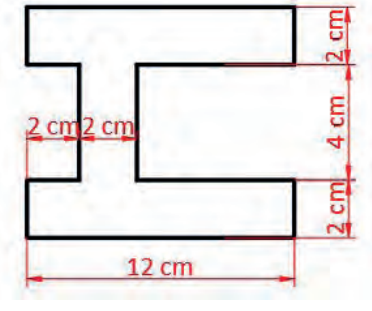
Görsel 2.105: U demir profil

69. SIRA SİZDE

Görsel 2.106'daki demir profilin;

a) Ağırlık merkezini ve tarafsız ekseninin konumunu,

b) Yatay eksene göre atalet ve dayanım momentlerini bulunuz.

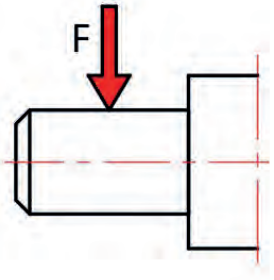


Görsel 2.106: Demir profil

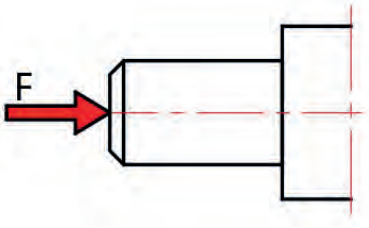
2.5.8. Eğilmeye Çalışan Elemanlar

2.5.8.1. Muylu

Dönerek çalışan millerin yatak içinde kalan kısımlarına **muylu** denir. Muylular üzerlerine gelen yük durumuna göre adlandırılır. Muylular eksenlerine dik veya eksenleri doğrultusunda yük taşır. Eksenlerine dik konumda yük taşıyan muylulara (Görsel 2.107) **yük muylusu** veya **radyal muylu** denir. Ekseni doğrultusunda veya eksene paralel yük taşıyan muylulara ise **dayanım muylusu** veya **aksiyal muylu** denir (Görsel 2.108).

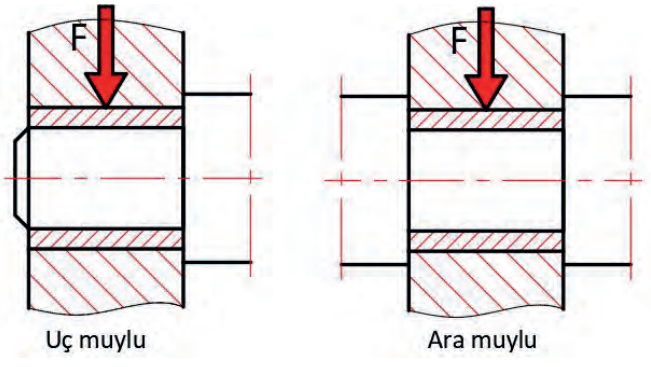


Görsel 2.107: Yük (Radyal) muylusu



Görsel 2.108: Dayanım (Aksiyal) muylusu

Muylular yatak içinde çalıştıkları için aşınır. Bu durumun önüne geçmek için muylu kısımlar sertleştirilir, sürekli yağlanır ve muylu kısımlara burç takılır. Muylular yatak içindeki durumlarına göre uç muylu veya ara muylu olarak çalışır (Görsel 2.109). Muyluların biçimlerine göre küresel, konik, silindirik ve taraklı gibi çeşitleri vardır.



Görsel 2.109: Uç ve ara muylu

Muyluların çalıştıkları yerlerde ve temas yüzeylerinde basılmanın etkisiyle yüzey basıncı (Pem) meydana gelir. Bu etki ile yatağın taşıyacağı yük $\mathbf{F = P_{em} \cdot d \cdot L}$ olur. Yüzey basıncının formülü aşağıda verilmiştir:

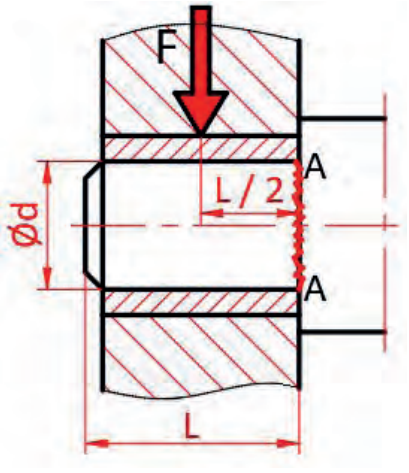
$$\mathbf{P_{em}} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{d} \cdot \mathbf{L}} \ \mathrm{daN/cm^2}$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

d = Mil çapı (cm)

L = Muylu boyu (cm)

Muylular genellikle eğilmeye çalışılır. Görsel 2.110'daki **A - A** kesiti, muylunun en tehlikeli ve eğilmeye zorlanan kesitidir.



Görsel 2.110: Muylunun en tehlikeli kesiti

Muylunun eğilme momenti aşağıdaki formül ile bulunur:

$$M_b = \frac{F \cdot L}{2} \text{ kgcm}$$

Muylunun dayanım momenti aşağıdaki formül ile bulunur:

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \text{ cm}^3$$

Muylunun eğilme gerilimi aşağıdaki formül ile bulunur: Emniyet için $\sigma_b < \sigma_{em}$ şartı gereklidir.

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \quad \text{veya} \quad \sigma_{bmax} = \frac{5 \cdot P_{em} \cdot L^2}{d^2} \text{ kg/cm}^2$$

ÖRNEK

Mil çapı 40 mm ve yatak genişliği 200 mm olan muyluyu etkileyen kuvvet 500 kN'dır. Muylu ile yatak yüzeyi arasındaki basıncı bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 40 mm = 4 cm	P_{em} = ?
L = 200 mm = 20 cm	
F = 500 kN = 50000 daN	

ÇÖZÜM

$$P_{em} = \frac{F}{d \cdot L} \qquad P_{em} = \frac{50000}{4 \cdot 20} \qquad P_{em} = \frac{50000}{80} \qquad P_{em} = 625 \text{ daN/cm}^2$$

ÖRNEK

Emniyetli yatak basıncı 150 kg/cm² ve maksimum gerilimi 3000 kg/cm² olan bir muylunun boyu 60 mm ise çapını bulunuz.

Verilenler	İstenen
P_{em} = 150 kg/cm²	d = ?
σ_{max} = 3000 kg/cm²	
L = 60 mm = 6 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_{bmax} = \frac{5 \,.\, P_{em} \,.\, L^2}{d^2} \qquad 3000 = \frac{5 \,.\, 150 \,.\, 6^2}{d^2} \qquad d^2 = \frac{27000}{3000} \qquad d^2 = 9 \qquad \mathbf{d = 3\ cm}$$

ÖRNEK

30 mm çapında ve 50 mm boyundaki muyluyu 2000 kg'lık yük etkiliyor. Mildeki eğilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 30 mm = 3 cm	σ_b = ?
L = 50 mm = 5 cm	
F = 2000 kg	

ÇÖZÜM

$$M_b = \frac{F \,.\, L}{2} = \frac{2000 \,.\, 5}{2} \qquad \mathbf{M_b = 5000\ kgcm} \qquad W = \frac{\pi \,.\, d^3}{32} = \frac{3{,}14 \,.\, 3^3}{32} \qquad \mathbf{W = 2{,}65\ cm^3}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{5000}{2{,}65} \qquad \mathbf{\sigma_b = 1886{,}8\ kg/cm^2}$$

70. SIRA SİZDE

2400 kg yük taşıyan muylunun çapı 20 mm ve boyu 40 mm'dir. Bu muylunun yatağa uyguladığı basıncı bulunuz.

71. SIRA SİZDE

Maksimum gerilimi 5000 kg/cm^2 olan muylunun boyu 50 mm'dir. Muylunun yatağa uyguladığı basınç 100 kg/cm^2 olduğuna göre muylunun çapını bulunuz.

72. SIRA SİZDE

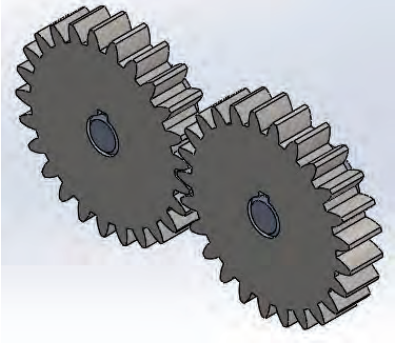
Dişli çark yataklamasında çapı 25 mm olan muylunun yatağa yaptığı basınç 125 kg/cm^2 ve boyu 40 mm ise maksimum gerilimini bulunuz.

73. SIRA SİZDE

30 mm çapındaki muylunun yatak basıncı 180 kg/cm^2 ve maksimum gerilimi 3600 kg/cm^2 ise boyunu bulunuz.

2.5.8.2. Dişli Çarklar

Her türlü güç ve dairesel hareketin iletimi ile doğrusal hareketin dairesel harekete, dairesel hareketin doğrusal harekete dönüştürülmesinde kullanılan, üzerinde eşit aralıklı ve özel profilli çıkıntıları bulunan silindirik veya konik yüzeyli makine elemanlarına **dişli çark** denir (Görsel 2.111).



Görsel 2.111: Dişli çarklar

Dişli çarkın değme noktasından geçen yarıçapa dik bileşeni olan **F** kuvveti, dişli çarkı eğilmeye zorlar. Dişli çarkın devir sayısı ve ilettiği güç belli olduğuna göre **F** kuvveti bulunabilir. **F** kuvveti aşağıda verilen formülle bulunur:

$$F = \frac{71620 \cdot N}{r \cdot n}$$

Bu formül şu şekilde ifade edilir:

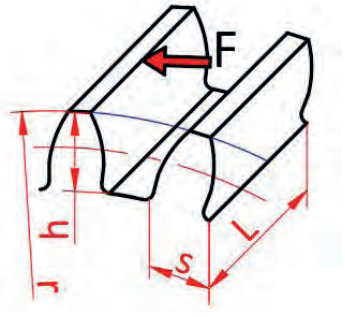
F = Uygulanan kuvvet (kg)

N = İletilen güç (BG)

n = Devir sayısı (devir/dk.)

r = Dişli çarkın diş üstü dairesinin yarıçapı (cm)

Görsel 2.112'deki dişli çarkı eğilmeye zorlayan moment, dişliye gelen kuvvet ile diş yüksekliğinin çarpımıdır **(M = F . h)**.



Görsel 2.112: Dişli çark hesaplama elemanları

Kesit yüzeyi dikdörtgen olduğunda dayanım momenti aşağıdaki formül ile bulunur:

$$W = \frac{L \cdot s^2}{6}$$

Eğilme gerilimi ise aşağıdaki formül ile bulunur:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot F \cdot h}{L \cdot s^2}$$

Bu formüllerdeki ifadeler şu şekildedir:

σ_b = Eğilme gerilimi (kg/cm^2)

F = Uygulanan kuvvet (kg)

M = Eğilme momenti (kgcm)

h = Diş yüksekliği (cm)

W = Dayanım momenti (cm^3)

s = Diş tabanının kısa kenarı (cm)

L = Diş tabanının uzun kenarı (cm)

ÖRNEK

Dakikada 120 devir ile dönen dişli çark 60 BG güç iletmektedir. Dişli çarkın diş üstü dairesinin yarıçapı 20 cm olduğuna göre dişli çarka uygulanacak kuvveti bulunuz.

Verilenler	İstenen
n = 120 devir/dk.	F = ?
N = 60 BG	
r = 20 cm	

ÇÖZÜM

$$F = \frac{71620 \cdot N}{r \cdot n} \qquad F = \frac{71620 \cdot 60}{20 \cdot 120} \qquad \mathbf{F = 1790,5\ kg}$$

ÖRNEK

Dişli çarkın diş tabanın uzun kenarı 6 cm, kısa kenarı 3 cm ve diş yüksekliği 10 cm'dir. Bu dişli çarkı döndüren kuvvet 3000 kg olduğuna göre eğilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
L = 6 cm	σ_b = ?
s = 3 cm	
F = 3000 kg	
h = 10 cm	

ÇÖZÜM

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot F \cdot h}{L \cdot s^2} \qquad \sigma_b = \frac{6 \cdot 3000 \cdot 10}{6 \cdot 3^2} \qquad \sigma_b = \frac{180000}{54}$$

$$\boldsymbol{\sigma_b = 3333,33\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

200 devir/dk. ile dönen dişli çark 10 BG güç iletiyor. Bu dişli çarkın diş üstü yarıçapı 12 cm, diş yüksekliği 3 cm, diş tabanının uzun kenarı 8 cm ve diş tabanının kısa kenarı 5 cm olduğuna göre

a) Uygulanan kuvveti,
b) Eğilme momentini,
c) Dayanım momentini,
d) Eğilme gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenenler
r = 12 cm	a) F = ?
h = 3 cm	b) M_b = ?
L = 8 cm	c) W = ?
s = 5 cm	d) σ_b = ?
n = 200 devir/dk.	
N = 10 BG	

ÇÖZÜM

a) $F = \frac{71620 \cdot N}{r \cdot n} \qquad F = \frac{71620 \cdot 10}{12 \cdot 200} \qquad F = \frac{716200}{2400} \qquad \boldsymbol{F = 298,42\ kg}$

b) $M = F \cdot h \qquad M = 298,42 \cdot 3 \qquad \boldsymbol{M = 895,26\ kgcm}$

c) $W = \frac{L \cdot s^2}{6} \qquad W = \frac{8 \cdot 5^2}{6} \qquad W = \frac{200}{6} \qquad \boldsymbol{W = 33,33\ cm^3}$

d) $\sigma_b = \frac{6 \cdot F \cdot h}{L \cdot s^2} \qquad \sigma_b = \frac{6 \cdot 298,42 \cdot 3}{8 \cdot 5^2} \qquad \sigma_b = \frac{5371,56}{200} \qquad \boldsymbol{\sigma_b = 26,86\ kg/cm^2}$

74. SIRA SİZDE

15 BG güç ileten dişli çarkın diş üstünün yarıçapı 10 cm ve devir sayısı 80 devir/dk. ise uygulanan kuvveti bulunuz.

75. SIRA SİZDE

Eğilme momenti 12000 kgcm olan dişli çarkın dönmesi için 3000 kg'lık kuvvet uygulanıyor. Bu dişli çarkın diş yüksekliğini bulunuz.

76. SIRA SİZDE

2000 kg kuvvet uygulanarak döndürülen dişli çarkın diş yüksekliği 8 cm, taban uzun kenarı 6 cm ve taban kısa kenarı 3 cm'dir. Bu dişli çarkın eğilme gerilimini ve dayanım momentini bulunuz.

77. SIRA SİZDE

200 devir/dk. ile dönen dişli çark 25 BG güç iletiyor. Bu dişli çarkın diş yüksekliği 6 cm, taban kısa kenarı 3 cm, taban uzun kenarı 5 cm ve diş üstü yarıçapı 18 cm olduğuna göre

a) Uygulanan kuvveti,

b) Eğilme momentini,

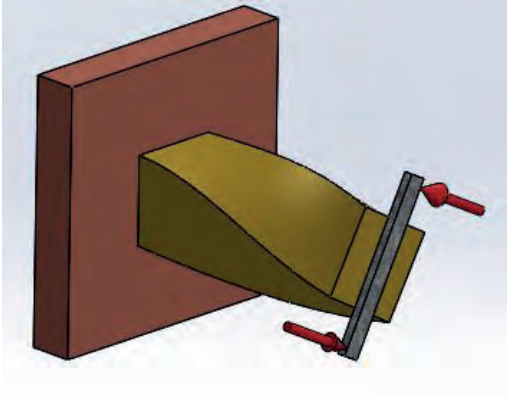
c) Dayanım momentini,

d) Eğilme gerilimini bulunuz.

2.6. BURULMA DAYANIMI

Çubuk kesitinin ekseni etrafında dönmesine **burulma** denir. Burulma sırasında çubuğun göstermiş olduğu dayanıma da **burulma dayanımı** denir. Bir ucundan sabitlenmiş silindirik veya prizmatik çubuk, ekseni doğrultusunda dik bir düzlemde kuvvet çifti ile döndürülmeye çalışılırsa döndürme momenti **(Md)** meydana gelir (Görsel 2.113). Burulma sırasındaki döndürme momentine **tork** denir. Kesitlerde, burulma sonucunda dairesel veya prizmatik şekillerin bozulmadığı yapılan hassas deneyler ile ispatlanmıştır. Burulmaya karşı çubukların dayanımı incelenirken ortaya çıkan bazı kurallar vardır. Bu kurallar şunlardır:

1. Dairesel veya prizmatik kesitlere döndürme momenti uygulanınca şekil ve ölçüleri korunur.
2. Kesit alanı üzerinden alınan doğru çizgiler, burulma sonucunda yine doğru çizgi olarak kalır.
3. Gerilmeler, merkezden dışa doğru artar. En büyük zorlama dış yüzeydedir.
4. Çubuklardaki eğilme ve çubukların ağırlıkları ihmal edilir.



Görsel 2.113: Burulma ve döndürme momenti

2.6.1. Burulma Momenti

Döndürme kuvvetinin etkisinde kalan cisimler burulur. Burulmaya örnek olarak motora bağlanan mil, matkap, kılavuz ve cıvata gibi makine elemanları verilir. Milin bir ucu sabitlenip diğer ucu motora bağlanırsa motor mili döndürmeye çalışır. Bir ucu sabit olan mil, dönmenin etkisi ile burulmaya zorlanır ve milde direnç momenti oluşur. Motor, mili çevirebilmek için direnç momenti kadar burulma momenti **(Md)** de uygular. Burulma momenti aşağıda verilen formül ile bulunur:

$$\mathbf{Md = 71620\ \frac{N}{n}}$$

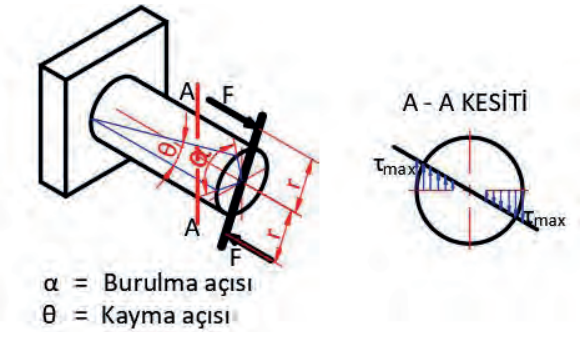
Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

Md = Burulma momenti (kgcm)

N = İletilen güç (BG)

n = Motor devir sayısı (devir/dk.)

Mili burulmaya zorlayan iki kuvvet olduğu için mil merkezinden moment alınır ve burulma momenti **Mt = F . 2 . r** olur (Görsel 2.114).



Görsel 2.114: Burulma ve kayma açıları

Burulma momenti, mil kesitlerinde kayma gerilimi **(τ)** meydana getirir. Kayma gerilimi orantı sınırı içinde olmalıdır. Bu sınır malzemenin cinsine göre değişir. Kullanılacak malzemenin kayma geriliminin bilinmesi emniyetli bir sistem için çok önemlidir. Burulma sırasında en büyük yer değiştirme en dış yüzeyde veya en büyük çapta olur. Merkeze yaklaştıkça çap küçüleceğinden yer değiştirme de azalır. Merkezde ise **0** olur. Mile uygulanan burulma momenti, milde oluşan kayma geriliminin mil merkezine göre momentiyle birbirine eşit olmalıdır. Mile uygulanan maksimum kayma gerilimi aşağıdaki formülle bulunur:

$$\tau_{max} = \frac{Md}{I_p} . r$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

τ_{max} = Maksimum kayma gerilimi (kg/cm^2)

Md = Burulma momenti (kgcm)

I_p = Polar atalet momenti (cm^4)

r = Mil yarıçapı (cm)

Miller, daire kesitli olduğu için polar atalet momenti **(I_p)** ve polar dayanım momenti **(W_p)** aşağıdaki formüllerle bulunur:

$$I_p = \frac{d^4}{10} \qquad W_p = \frac{\pi . d^3}{16}$$

Maksimum kayma gerilimi aşağıdaki formülle bulunur:

$$\tau_{max} = \frac{Md}{W_p}$$

Bu formül ile bulunan maksimum kayma gerilimi, malzemenin güvenli kayma gerilimini geçemeyeceğinden aşağıdaki şekilde de yazılabilir:

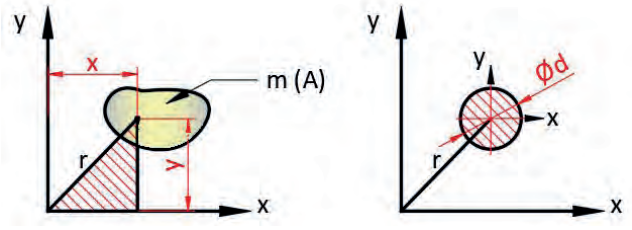
$$\tau_g = \frac{Md}{W_p}$$

Mil çapını **(d)** bulmak için polar dayanım momentinin değeri, formüldeki yerine yazılırsa aşağıdaki formül ortaya çıkar:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 . M_d}{\pi . \tau_g}}$$

2.6.2. Polar Atalet Momenti

Herhangi bir kesitin polar atalet momenti, o kesite dik bir eksene göre kesitin atalet momentidir (Görsel 2.115).



Görsel 2.115: Polar atalet momenti

Kesit düzlemini eksenin deldiği noktadan geçen, kesit yüzeyine çakışık ve birbirine dik iki eksene göre atalet momentlerinin toplamına **polar atalet momenti** denir **(I_p = Ix +Iy)**. Miller daire kesitli oldukları için burulma etkisinde kalan kesit, daire veya içi boş daire şeklindedir. Bu kesitlerin polar atalet momenti ve polar dayanım momentlerinin formülleri aşağıda verilmiştir. Dairenin polar atalet momenti ve polar dayanım momenti aşağıdaki formül ile bulunur:

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \qquad W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

İçi boş dairenin polar atalet momenti ve polar dayanım momenti aşağıdaki formül ile bulunur:

$$I_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32} \qquad W_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

ÖRNEK

5 cm çapındaki daire kesitli çubuk, eksenine dik düzlem üzerinde 1500 kgcm'lik momentle burkulmaktadır. Meydana gelen kayma gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 5 cm	τ_g = ?
Md = 1500 kgcm	

ÇÖZÜM

$$\tau_g = \frac{Md}{W_p} \qquad W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$W_p = \frac{3{,}14 \cdot 5^3}{16} \quad \mathbf{W_p = 24,53\ cm^3} \qquad \tau_g = \frac{Md}{W_p} \quad \tau_g = \frac{1500}{24{,}53} \quad \mathbf{\tau_g = 61,15\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK

Daire kesitli çubuğun burulma momenti 1256 kgcm'dir. Meydana gelen burulma gerilimi 100 kg/cm² olduğuna göre mil çapını bulunuz.

Verilenler	İstenen
τ_g = 100 kg/cm²	d = ?
Md = 1256 kgcm	

ÇÖZÜM

I. yol

$\tau_g = \frac{Md}{W_p}$ $\quad 100 = \frac{1256}{W_p}$ $\quad W_p = \mathbf{12,56\ cm^3}$ $\quad W_p = \frac{\pi . d^3}{16}$ $\quad 12,56 = \frac{3,14 . d^3}{16}$

$d^3 = 64$ $\quad \mathbf{d = 4\ cm}$

II. yol

$d = \sqrt[3]{\frac{16 . M_d}{\pi . \tau_g}}$ $\quad d = \sqrt[3]{\frac{16 . 1256}{3,14 . 100}}$ $\quad d = \sqrt[3]{64}$ $\quad \mathbf{d = 4\ cm}$

ÖRNEK

Motora takılan milin kayma geriliminin 600 kg/cm² olması isteniyor. Mil çapı 6 cm ve motor devir sayısı 400 devir/dk. ise milin ileteceği gücü bulunuz.

Verilenler	İstenen
τ_g = 600 kg/cm²	N = ?
d = 6 cm	
n = 400 devir/dk.	

ÇÖZÜM

$W_p = \frac{\pi . d^3}{16}$ $\quad W_p = \frac{3,14 . 6^3}{16}$ $\quad \mathbf{W_p = 42,4\ cm^3}$

$\tau_g = \frac{Md}{W_p}$ $\quad 600 = \frac{Md}{42,4}$ $\quad M_d = 600 . 42,4$ $\quad \mathbf{M_d = 25440\ kgcm}$

$M_d = 71620 \frac{N}{n}$ $\quad 25440 = 71620 . \frac{N}{400}$ $\quad N = \frac{25440 . 400}{71620}$ $\quad \mathbf{N = 142\ BG}$

78. SIRA SİZDE

30 mm çapındaki daire kesitli milin burulma momenti 750 kgcm'dir. Meydana gelen kayma gerilimini bulunuz.

79. SIRA SİZDE

Burulma momenti 2650 kgcm olan daire kesitli çubuğun burulma gerilimi 500 kg/cm^2 ise çubuğun çapını bulunuz.

80. SIRA SİZDE

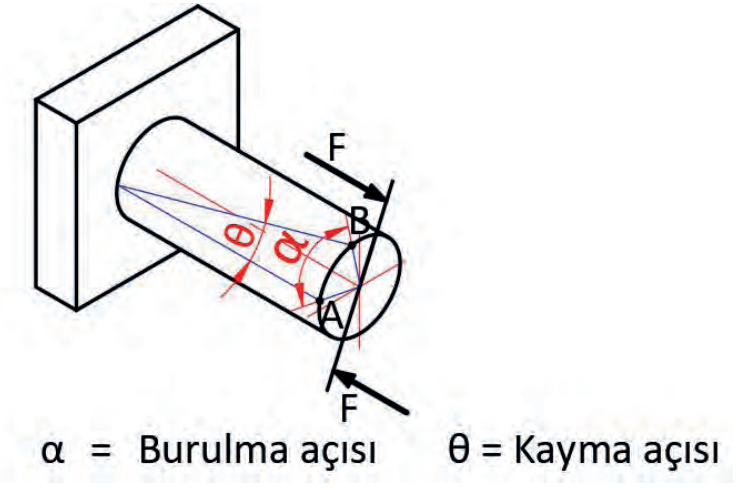
Daire kesitli 8 cm çapındaki mil, dakikada 400 devir ile dönmektedir. Maksimum kayma gerilimi 600 kg/cm^2 ise milin ileteceği gücü bulunuz.

81. SIRA SİZDE

Dış çapı 10 cm ve iç çapı 5 cm olan çelikten yapılmış boru kesitli bir mil dakikada 300 devir ile dönmektedir. Bu borunun kayma gerilimi 400 kg/cm^2 olduğuna göre ilettiği gücü bulunuz.

2.6.3. Burulma Açısı

Tek tarafı ankastre edilmiş daire kesitli çubuğa **F** kuvveti ile döndürme kuvveti uygulanır. Uygulanan döndürme kuvveti ile çubuk, **A** noktasından **B** noktasına kadar döndürülürse milde şekil değişimi meydana gelir (Görsel 2.116). Döndürme işlemi sonrası meydana gelen açılara **kayma açısı (θ)** ve **burulma açısı (α)** denir. Oluşan bu açılar radyan cinsindedir.



Görsel 2.116: Burulma açısı

Burulma sırasında oluşan burulma açısının belirli bir değerin altında olması gerekir. Burulma açısını bulmak için aşağıdaki formül kullanılır:

$$\alpha = \frac{M_d \cdot L}{G \cdot I_p}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

α = Burulma açısı (radyan)

$\mathbf{M_d}$ = Burulma momenti (kgcm)

L = Mil boyu (cm)

$\mathbf{I_p}$ = Polar atalet momenti (cm^4)

G = Kayma modülü (kg/cm^2)

Kayma modülü kullanılan malzemenin cinsine göre değişir. Bazı malzemelerin kayma modülünün değeri aşağıda verilmiştir:

Çelik için	$G = 8 \cdot 10^5$ kg/cm²
Ahşap için	G = 7000 kg/cm²
Dökme demir için	$G = 3{,}8 \cdot 10^5$ kg/cm²

ÖRNEK

Boyu 400 cm olan çelikten yapılmış bir mil 40000 kgcm burulma momenti ile dönmektedir. Milin tam boyundaki burulma açısının 3°yi geçmemesi için mil çapı kaç cm olmalıdır?

Verilenler	İstenen
$G = 8 .10^5$ kg/cm^2	d = ?
L = 400 cm	
Md = 40000 kgcm	
$\alpha = 3^0$	

ÇÖZÜM

Çözüme istenen burulma açısı dereceden radyana çevrilerek başlanır.

360^0 — 2π

3^0 — x

işlemi yapılır ve **x = π / 60** radyan açı bulunur.

$$\alpha = \frac{M_d \,.\, L}{G \,.\, I_p} \qquad \frac{\pi}{60} = \frac{40000 \,.\, 400}{8 \,.\, 10^5 \,.\, I_p} \qquad I_p = \frac{16000000 \,.\, 60}{800000 \,.\, 3{,}14} \qquad I_p = 382{,}16\ cm^4$$

$$I_p = \frac{\pi \,.\, d^4}{32} \qquad 382{,}16 = \frac{3{,}14 \,.\, d^4}{32} \qquad d^4 = \frac{382{,}16 \,.\, 32}{3{,}14} \qquad d^4 = 3894{,}62$$

$$\mathbf{d = 7{,}9\ cm = 8\ cm}$$

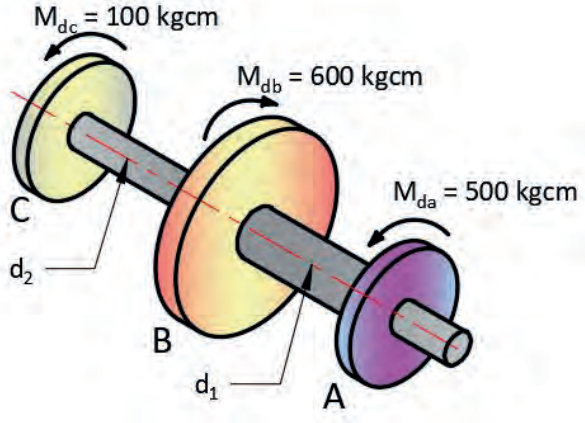
82. SIRA SİZDE

Dakikada 150 devirle dönen, 5 m uzunluğunda ve 500 BG güç ileten çelikten üretilmiş gemi pervanesinin kayma gerilimi 400 kg/cm^{2}dir. Gemi pervanesinin burulma açısının 20 olması isteniyor. Bu verilenlere göre gemi pervanesinin mil çapını bulunuz.

83. SIRA SİZDE

250 BG güç ileten çelikten üretilmiş motor mili 100 devir/dk. ile dönmektedir. Boyu 3 m ve kayma gerilimi 300 kg/cm^2 olan milin burulma açısının 30^0yi geçmemesi isteniyor. Bu milin çapını bulunuz.

84. SIRA SİZDE

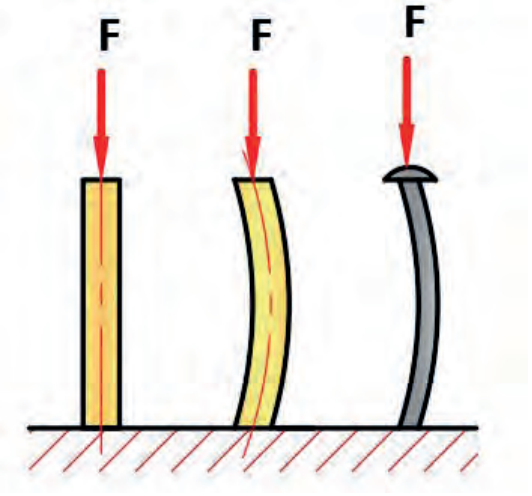


Görsel 2.117: Zıt yönde dönen miller

Görsel 2.117'de zıt yönde dönen dişli çark sistemi görülmektedir. A, B, C dişlilerinin burulma momentleri ve yönleri verilmiştir. Milin emniyetli kayma gerilimi 150 kg/cm^2 olduğuna göre emniyetli mil çaplarını bulunuz.

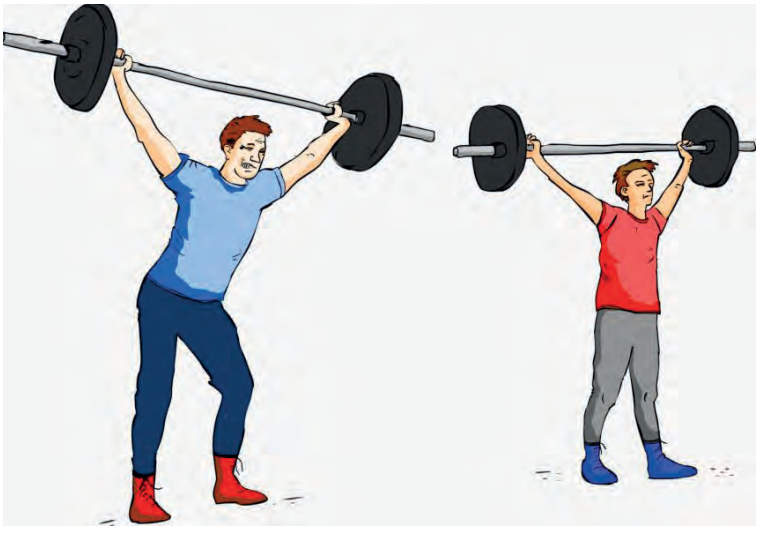
2.7. BURKULMA DAYANIMI

Burkulma dayanımı; kesit alanı küçük, boyları kesit alanına göre büyük çubukları inceler. Düşey durumda bulunan ince ve uzun çubuklara **kolon** denir. Kesit alanı küçük, boyları uzun kolonlara da **narin çubuklar** denir. Görsel 2.118'deki gibi narin bir çubuk, ekseni doğrultusunda yüklenirse eksenel sapma meydana gelir. Bu eksenel sapma olayına **burkulma (flambaj)** denir. Çubuğun burkulmaya başlama sınırında meydana gelen maksimum dayanıma ise **burkulma dayanımı** denir.



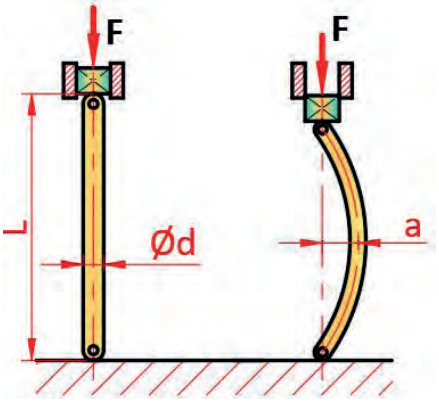
Görsel 2.118: Eksenel sapma

Narin çubuklar, eksenel basınç yüküne dayanamayıp burkulur veya kırılır. Bir çubuğa ekseni doğrultusunda yük yüklenecekse çubuğun kesit boyutuna ve en önemlisi de çubuk boyuna dikkat edilmelidir. Uzun ve ince cisimler büyük yükler taşıyamaz. Örneğin, haltercilerin boyları kısadır. Uzun boylu halterci yoktur. Halter, ağırlık kaldırarak yapılan bir spor olduğu için uzun boylu insanlar burkulmadan dolayı kısa boylu insanların kaldırdığı ağırlıkları kaldıramazlar (Görsel 2.119).



Görsel 2.119: Uzun ve kısa boylu halterciler

Görsel 2.120'deki gibi ağırlığı ihmal edilmiş narin çubuğa **F** kuvveti uygulanırsa eksenel sapma görülmez. Kuvvet arttırıldığında ilk önce yaylanma hareketi başlar. Kuvvet arttırımı devam ettikçe eğilme daha sonra ise burkulma ve kırılma meydana gelir. Narin çubuğu tam kırılma sırasında etkileyen kuvvete **kritik yük (F_k)** denir. Çubuğun etkilendiği kritik yük belliyken kesit alanına göre tespit edilen çubuk uzunluğuna ise **burkulma boyu (L_k)** denir.



Görsel 2.120: Eksenel sapma

2.7.1. Narinlik Derecesi

Burkulma dayanımında çubukların kesit alanı ve boyunun oranına **narinlik derecesi** denir. Narinlik derecesi lamda **(λ)** ile gösterilir ve çubuk boyunun jirasyon yarıçapına bölünmesi ile bulunur.

$$\lambda = \frac{L_k}{r_j}$$

Jirasyon yarıçapı **(r_j)** ile gösterilir ve atalet momentinin kesit alanına oranı ile bulunur.

$$r_j^2 = \frac{I}{A}$$

Jirasyon yarıçapını veren formül, narinlik derecesi formülünde yerine yazılırsa aşağıdaki formül ortaya çıkar:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot L_k^2}{I}}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

λ = Narinlik derecesi

A = Çubuk kesit alanı (cm^2)

L_k = Burkulma boyu (cm)

I = Atalet momenti (cm^4)

ÖRNEK

Daire kesitli 8 cm çapındaki çubuğun boyu 2,5 m'dir. İki ucu mafsallı olan çubuğun narinlik derecesini bulunuz.

Verilenler	İstenen
d = 8 cm	λ = ?
L = 2,5 m = 250 cm	

ÇÖZÜM

$A = \frac{\pi . d^2}{4}$ $A = \frac{3{,}14 . 8^2}{4}$ $\mathbf{A = 50,24\ cm^2}$ bulunur.

$I = \frac{\pi . d^4}{64}$ $I = \frac{3{,}14 . 8^4}{64}$ $\mathbf{I = 200,96\ cm^4}$ bulunur.

$\lambda = \sqrt{\frac{A . L_k^2}{I}}$ $\lambda = \sqrt{\frac{50{,}25 . 250^2}{200{,}96}}$ $\lambda = \sqrt{15625}$ $\boldsymbol{\lambda = 125}$ bulunur.

ÖRNEK

Dikdörtgen kesitli 6 m uzunluğundaki kolonun kesit ölçüleri 15x20 cm'dir. İki ucu mafsallı bu kolonun narinlik derecesini bulunuz.

Verilenler	İstenen
b = 15 cm	λ = ?
L = 2,5 m = 250 cm	
h = 20 cm	
L_k = 6 m = 600 cm	

ÇÖZÜM

Narinlik derecesi formülündeki değerler ayrı ayrı bulunur.

$A = b . h$ $A = 15 . 20$ $\mathbf{A = 300\ cm^2}$ bulunur.

$I = \frac{b . h^3}{12}$ $I = \frac{15 . 20^3}{12}$ $\mathbf{I = 10000\ cm^4}$

$\lambda = \sqrt{\frac{A . L_k^2}{I}}$ $\lambda = \sqrt{\frac{300 . 600^2}{10000}}$ $\lambda = \sqrt{10800}$ $\boldsymbol{\lambda = 103{,}92}$ bulunur.

85. SIRA SİZDE

3 m boyunda ve 6 cm çapında olan daire kesitli çubuk iki ucundan mafsallıdır. Bu çubuğun narinlik derecesini bulunuz.

86. SIRA SİZDE

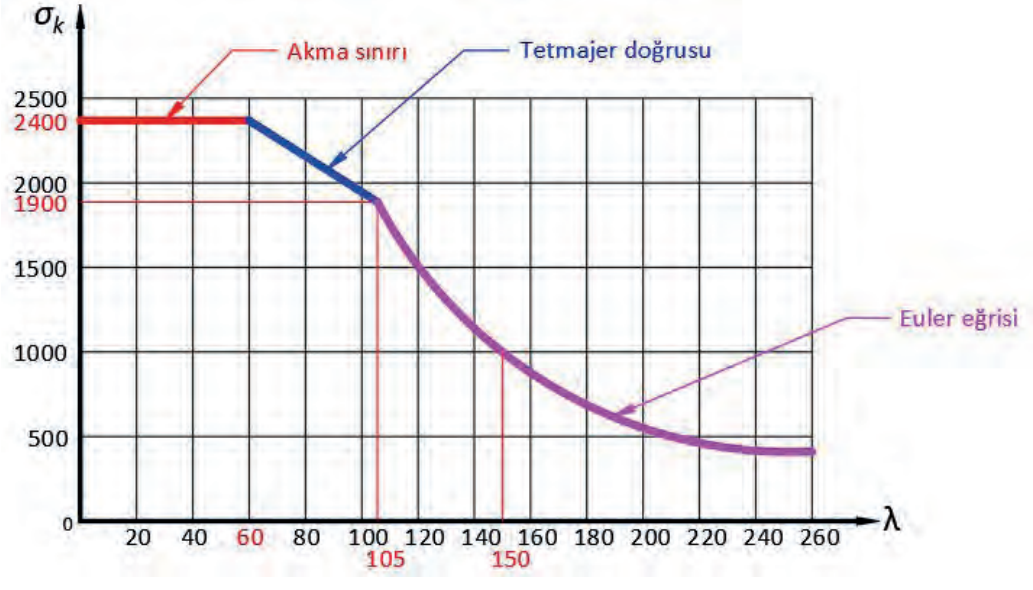
Kısa kenarı 10 cm, uzun kenarı 16 cm olan dikdörtgen kesitli kolon 8 m boyundadır. Bu kolon her iki ucundan da mafsallı olduğuna göre narinlik derecesini bulunuz.

2.7.2. Burkulma Bölgeleri

Narin bir çubuğun burkulmasına neden olan kuvvetin burkulma başlangıcındaki değerlerini bulmak için birçok deney yapılmıştır. Bu deneyler sonucunda üç metot ön plana çıkmış ve hesaplamalarda kullanılmıştır. Bu metotlar şunlardır:

1. Euler (Öyler) metodu
2. Tetmajer (Tetmayer) metodu
3. Omega (ω) metodu

Burkulmanın meydana geldiği çubukta, hangi metodun kullanılacağına narinlik derecesine göre karar verilir. Narinlik derecesi bulunduktan sonra çıkan sonuca göre hangi metodun kullanılacağı burkulma bölgeleri diyagramına bakılarak belirlenir (Görsel 2.121).



Görsel 2.121: Burkulma bölgeleri diyagramı

Bu diyagrama göre narinlik derecesi **105**'ten büyükse **(λ > 105)** Euler metodu kullanılır. Narinlik derecesi **60** ile **105** arasında **(60 < λ < 105)** ise Tetmajer metodu kullanılır. Narinlik derecesi akma sınırında ve **60**'tan küçük **(λ < 60)** ise omega metodu kullanılır.

2.7.3. Euler Metodu

Euler metodu, Hook Kanunu'nun geçerli olduğu elastik bölgenin altındaki durumlarda geçerlidir. Kesiti düzgün ve simetrik çubuklarda burkulma yönü başlangıçta bilinmez. Malzeme ve üretim hatası ile insandan kaynaklanan hatalar burkulma yönünü etkiler. Düzgün ve simetrik olmayan çubuklarda dayanım bulunurken en küçük atalet momenti kullanılır. Bu durumda da Euler formülü şu şekildedir:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{L_k^2}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

F_{kr} = Kritik yük (kg)

E = Elastikiyet modülü (kg/cm^2)

I_{min} = Minimum atalet momenti (cm^4)

L_k = Burkulma boyu (cm)

Euler formülünden faydalanarak kritik burkulma gerilimini bulmak için her iki tarafta kesit alanına bölünür.

$$\frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{L_k^2 \cdot A} \qquad \sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{L_k^2 \cdot A}$$

Cisimler, elastik sınırda bile tehlike altında olabilir. Bu nedenle elastik sınırın hemen altındaki orantı sınırına göre hesap yapılır. Jirasyon yarıçapı formülde yerine yazılır. Çıkan sonuç $\lambda = L_k / r_j$ formülünde uygulanırsa sınır narinlik derecesi bulunur. Sınır narinlik derecesini veren formül şu şekilde olur:

$$\lambda_{sın} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_o}}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

$\lambda_{sın}$ = Sınır narinlik derecesi

E = Elastikiyet modülü (kg/cm^2)

σ_o = Orantı sınırı burkulma gerilimi (kg/cm^2)

Makine parçaları veya uzun çubuklarda, beklenmedik nedenlerden dolayı burkularak kırılmanın olmaması için kritik burkulma kuvveti, emniyet katsayısına bölünür ve çubuğa yüklenebilecek yük bulunur. Bu formül şu şekillerde ifade edilir:

$$F_{kem} = \frac{F_k}{EKS} \quad \text{veya} \quad \sigma_{kem} = \frac{\sigma_k}{EKS}$$

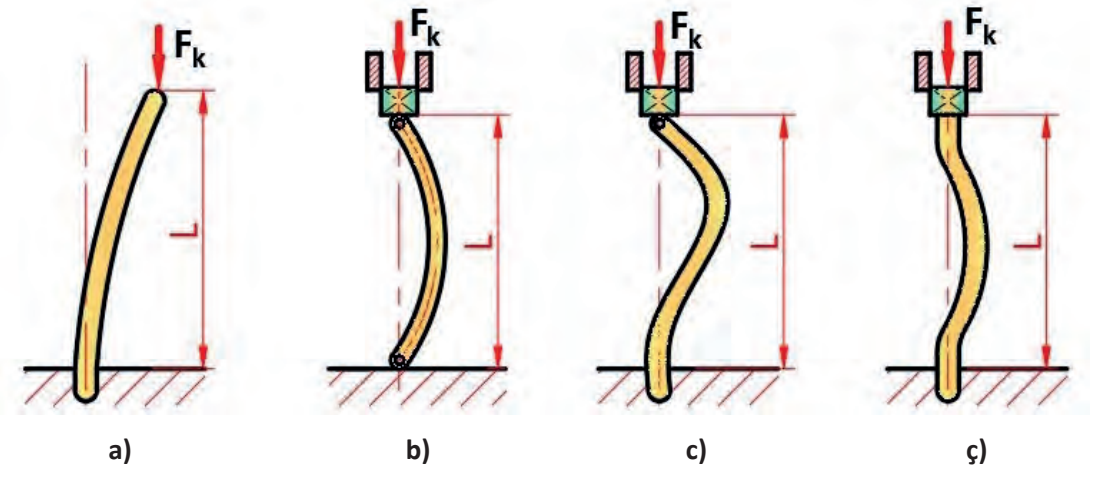
Statik yükler için tavsiye edilen emniyet katsayıları şu şekildedir:

Ağaç için	EKS = 4 - 5
Font için	EKS = 6 - 8
Yumuşak çelik için	EKS = 2 - 3,5

Piston kolu, biyel gibi dönen ve dinamik yüklerle zorlanan makine elemanları için de **EKS = 8 - 10** alınır.

Euler formülünde geçen burkulma boyu, çubuğun iki ucunun çeşitli konumlarda bulunmasına göre değişik değerler alır. Çubuk uçları esas olarak dört konumda bulunur:

1. Görsel 2.122: a'da çubuğun bir ucu ankastre ise diğer ucu serbestçe dönebilir ve hareket edebilir.
2. Görsel 2.122: b'de çubuğun her iki ucu da serbesttir. Çubuğun üst ucu eksenel doğrultuda gereken değerde hareket edebilir.
3. Görsel 2.122: c'de çubuğun alt ucu ankastre olup üst ucu hem serbestçe dönebilir hem de eksenel hareket edebilir.
4. Görsel 1.122: ç'de çubuğun her iki ucu ankastre olup sadece üst uç eksenel doğrultuda hareket edebilir.



Görsel 2.122: a) Bir ucu ankastre çubuk **b)** İki ucu serbest çubuk **c)** Alt ucu ankastre çubuk **ç)** İki ucu ankastre çubuk

2.7.4. Tetmajer Metodu

Euler formülünün uygulanamadığı, narinlik derecesinin **60** ile **105** arasında olduğu durumlarda ve orantı sınırı ile akma sınırı arasındaki yüklemelerde çubuklar Tetmajer metodu ile bulunur. Tetmajer, çeşitli deneylerle yaklaşık formüller geliştirmiştir. Bu formüller gevrek malzemelerde daha iyi sonuç vermiştir.

Tablo 2.8'de bazı malzemelere göre narinlik derecesi ve gerilim formülleri verilmiştir.

Tablo 2.8: Tetmajer'e Göre Narinlik Derecesi ve Gerilim Formülleri

Malzemenin Cinsi	Basılma Gerilimi	Tetmajere Göre Hesaplama	Eulere Göre Hesaplama	Tetmajere Göre Kritik Gerilim
Ahşap	$\lambda \leq 1,8$	$1,8 < \lambda < 100$	$\lambda \geq 100$	$\sigma_k = 293 - 1,94 \cdot \lambda$
Dökme Demir	$\lambda \leq 5$	$5 < \lambda < 80$	$\lambda \geq 80$	$\sigma_k = 7760 - 120 \cdot \lambda + 0,53 \cdot \lambda_2$
Yumuşak Çelik	$\lambda \leq 10$	$10 < \lambda < 105$	$\lambda \geq 105$	$\sigma_k = 3100 - 11,4 \cdot \lambda$
Orta Sert Çelik	$\lambda \leq 10$	$10 < \lambda < 90$	$\lambda \geq 90$	$\sigma_k = 3350 - 6,2 \cdot \lambda$
%5 Nitelikli Çelik	$\lambda \leq 10$	$10 < \lambda < 89$	$\lambda \geq 89$	$\sigma_k = 4700 - 23 \cdot \lambda$

2.7.5. Omega (ω) Metodu

Euler ve Tetmajer metotlarının uygulanamadığı akma sınırında olan ve narinlik derecesi **0** ile **60** arasında bulunan malzemeler için omega metodu kullanılır. Bu metot ω harfi ile gösterildiği için adını da bu harften almıştır.

Birçok makine elemanı, orantı sınırını aşacak şekilde yüklenmedikleri için Euler formülü ile bulunabilir. Vinç ve köprü ayakları gibi yapıların bazı bölgeleri, orantı akma sınırının üstünde çalışır. Akma sınırı üstünde çalışan parçalar omega metodu ile bulunur. Bu hesaplamada çubukların emniyetli basılma gerilimi deneysel yollar ile bulunan burkulma katsayısına bölünerek emniyetli burkulma gerilimi bulunur. Bu hesaplama yöntemine de **omega metodu** denir.

$$\sigma_{kem} = \frac{\sigma_{dem}}{\omega}, F_{kem} = \sigma_{kem} \cdot A \text{ veya } (\omega) \text{ çarpımı şeklindeki formül } \frac{F_k}{A} \cdot \omega \leq \sigma_{em}$$

kontrolü yapılarak çubuk kesitinin uygunluğu araştırılır. Bu formüle göre kesit alanının geometrik şekli ve büyüklüğü bilinirse narinlik derecesi bulunur ve sonra da omega katsayıları elde edilir. Tablo 2.9'da bazı malzemelerin narinlik derecesine göre omega katsayıları verilmiştir.

Tablo 2.9: Bazı Malzemelerin Omega Katsayıları

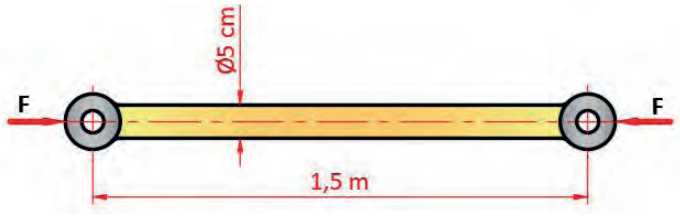
λ	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Malzemeler	ω Değerleri									
Ahşap	1,07	1,15	1,25	1,36	1,50	1,67	1,87	2,14	2,50	3,00
Dökme Demir	1,01	1,05	1,11	1,22	1,39	1,67	2,21	3,50	4,43	5,45
Yumuşak Çelik (Fe37)	1,01	1,04	1,08	1,14	1,21	1,30	1,41	1,55	1,71	1,90
Orta Sert Çelik (Fe52)	1,01	1,06	1,11	1,19	1,28	1,41	1,58	1,79	2,05	2,53

λ	110	120	130	140	160	180	200	220	240	250
Malzemeler	ω Değerleri									
Ahşap	3,73	4,55	5,48	6,51	9,81	11,80	15,20	19,17	23,73	26,25
Dökme Demir	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Yumuşak Çelik (Fe37)	2,11	2,43	2,85	3,31	4,32	5,47	6,75	8,17	9,73	10,55
Orta Sert Çelik (Fe52)	3,06	3,65	4,28	4,96	6,48	8,21	10,13	12,26	14,59	15,83

Tablonun kullanılması için malzemenin cinsinin ve narinlik derecesinin bilinmesi gerekir. Dökme demir malzemenin narinlik derecesi yapılan hesaplama sonunda **50** bulunmuş ise tabloya bakarak omega değerinin **1,39** olduğu tespit edilir. Narinlik derecesi her zaman tam sayı çıkmayabilir. Bu durumda omega değerini bulmak için matematiksel işlemlerinden yararlanılır. Örneğin, ahşap malzemenin narinlik derecesi **64** bulunmuş ise omega değerini bulmak için **60** ile **70** değerleri alınır. **60** değeri için **1,67** ve **70** değeri için **1,87** bulunur ve aralarındaki fark alınır. Sonra bu fark **10**'a bölünerek birim değer bulunur. Son olarak narinlik derecesinin küsurat kısmı olan **4** ile çarpılır. Bulunan bu değer, **60** değerinin üstüne ilave edilerek **64** narinlik derecesinin değeri bulunur. Anlatılan işlem şu şekildedir:

1. Ahşap malzemenin narinlik derecesi **λ = 64** için tablodan değeri direkt bulunamaz.
2. **λ = 60** için **ω = 1,67** ve **λ = 70** için **ω = 1,87** bulunur ve iki değerin farkı alınır.
3. **1,87 - 1,67 = 0,20** bulunur ve bu değer **10**'a bölünerek birim değer bulunur.
4. **0,20 / 10 = 0,020** bulunan birim değer **4** ile çarpılarak asıl değer bulunur.
5. **0,020 . 4 = 0,080** değeri **λ = 60** değeri olan **1,67** ile toplanarak **λ = 64** değeri bulunur **(1,67 + 0,080 = 1,75)**.

ÖRNEK



Görsel 2.123: Her iki ucu serbest çubuk

Görsel 2.123'te görülen dairesel kesitli, her iki ucu serbest çubuğun boyu 1,5 m ve çapı 5 cm'dir. Çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 ve emniyet katsayısı 5 olduğuna göre taşıyabileceği burkulma kuvvetini bulunuz.

Verilenler	İstenen
L_k = 1,5 m = 150 cm	F_{kem} = ?
d = 5 cm	
E = 2.10^6 kg/cm^2	
EKS = 5	

ÇÖZÜM

Çözüme; çubuğun narinlik derecesi bulunarak başlanır ve burkulma kuvvetinin hangi metoda göre bulunacağı belirlenir.

$A = \frac{\pi . d^2}{4}$ $A = \frac{3{,}14 . 5^2}{4}$ $\mathbf{A = 19{,}63\ cm^2}$ bulunur.

$I = \frac{\pi . d^4}{64}$ $I = \frac{3{,}14 . 5^4}{64}$ $\mathbf{I = 30{,}66\ cm^4}$ bulunur.

$\lambda = \sqrt{\frac{A . L_k^2}{I}}$ $\lambda = \sqrt{\frac{19{,}63 . 150^2}{30{,}66}}$ $\lambda = \sqrt{14405}$ $\boldsymbol{\lambda = 120}$ bulunur.

$\lambda \geq 105$ olduğu için Euler formülü kullanılır. Çubuğun her iki ucu da serbest olduğu için $L_k = L$ olarak alınır.

$F_{kr} = \frac{\pi^2 . E . I}{L_k^2}$ $F_{kr} = \frac{3{,}14^2 . 2 . 10^6 . 30{,}66}{150^2}$ $\mathbf{F_{kr} = 26800{,}7\ kg}$ bulunur.

Son olarak bulunan F_{kr} değeri emniyet katsayısına bölünerek emniyetli yük bulunur.

$F_{kem} = \frac{F_{kr}}{EKS}$ $F_{kem} = \frac{26800{,}7}{5}$ $\mathbf{F_{kem} = 5372{,}14\ kg}$ bulunur.

ÖRNEK

Dairesel kesitli, her iki ucu serbest çubuğun boyu 0,7 m ve çapı 3 cm'dir. Yumuşak çelikten üretilen çubuğun emniyet katsayısı 4 olduğuna göre taşıyabileceği emniyetli burkulma gerilimini bulunuz.

Verilenler	İstenen
L_k = 0,7 m = 70 cm	σ_{kem} = ?
d = 3 cm	
E = 2.10^6 kg/cm²	
EKS = 4	

ÇÖZÜM

Çözüme, çubuğun narinlik derecesi bulunarak başlanır ve burkulma kuvvetinin hangi metoda göre bulunacağı belirlenir.

$A = \frac{\pi . d^2}{4}$ $A = \frac{3{,}14 . 3^2}{4}$ $\mathbf{A = 7{,}07\ cm^2}$ bulunur.

$I = \frac{\pi . d^4}{64}$ $I = \frac{3{,}14 . 3^4}{64}$ $\mathbf{I = 4\ cm^4}$ bulunur.

$\lambda = \sqrt{\frac{A . L_k^2}{I}}$ $\lambda = \sqrt{\frac{7{,}07 . 70^2}{4}}$ $\lambda = \sqrt{17675}$ $\boldsymbol{\lambda = 93}$ bulunur.

$\boldsymbol{\lambda \geq 105}$ olduğu için Tetmajer formülü kullanılır.

$\sigma_k = 3100 - 11{,}4 . \lambda$ $\sigma_k = 3100 - 11{,}4 . 93$ $\boldsymbol{\sigma_k = 2040\ kg/cm^2}$ bulunur.

Son olarak bulunan σ_k değeri emniyet katsayısına bölünerek emniyetli gerilim bulunur.

$\sigma_{kem} = \frac{\sigma_k}{EKS}$ $\sigma_{kem} = \frac{2040}{4}$ $\boldsymbol{\sigma_{kem} = 510\ kg/cm^2}$ bulunur.

ÖRNEK

Bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan kare kesitli çubuğun kenar uzunluğu 6 cm ve çubuğu burkulmaya zorlayan kuvvet 12000 kg'dır. Çubuğun elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 olduğuna göre çubuğun burkulmadan çalışabilmesi için Euler metoduna göre boyunu bulunuz.

Verilenler	İstenen
a = 6 cm	L_k = ?
E = 2.10^6 kg/cm^2	
F_{kr} = 12000 kg	

ÇÖZÜM

Çubuğun bir ucu ankastre diğer ucu serbest olduğu için $\mathbf{L_k = 2 \,.\, L}$ alınmalıdır. Euler formülünde kullanılacak kare kesitin atalet momenti bulunur.

$I = \frac{a^4}{12}$ $\quad I = \frac{6^4}{12}$ $\quad \mathbf{I = 108\ cm^4}$ bulunur.

$F_{kr} = \frac{\pi^2 \,.\, E \,.\, I}{L_k^2}$ $\quad 12000 = \frac{3{,}14^2 \,.\, 2.10^6 \,.\, 108}{(2.L)^2}$ $\quad L^2 = 44368{,}2$ $\quad \mathbf{L = 210{,}64\ cm}$ bulunur.

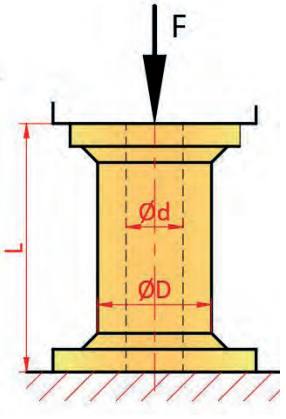
ÖRNEK

Görsel 2.124'teki dökme demirden üretilmiş borunun dış çapı 25 cm ve boyu 4 m'dir. İki ucu serbest borunun elastikiyet modülü 1,1. 10^6 kg/cm^2 olduğuna göre burkulma olmadan 80000 kg'lık kuvveti 8 emniyet katsayısı ve 1000 kg/cm^2 emniyetle taşıyabilmesi için

a) Euler metoduna göre iç çapını bulunuz.

b) Omega metoduna göre taşıyabileceği emniyetli yükü bulunuz.

Verilenler	İstenenler
D = 25 cm	a) d = ?
L_k = 4 m = 400 cm	b) σ_{em} = ?
E =1,1 . 106 kg/cm^2	
Fk = 80000 kg	
EKS = 8	
σ_{em} = 1000 kg/cm^2	



Görsel 2.124: Dökme demir boru

ÇÖZÜM

Borunun her iki ucu da serbest olduğu için $\mathbf{L_k = L}$ alınır.

a) Borunun iç çapını bulmak için Euler formülünden yararlanarak atalet momenti bulunur.

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 . E . I}{L_k^2 . EKS} \qquad I = \frac{EKS . F_{kr} . L_k^2}{\pi^2 . E} \qquad I = \frac{8 . 80000 . 400^2}{3{,}14^2 . 1{,}1 . 10^6} \qquad \mathbf{I = 9437{,}8\ cm^4} \text{ bulunur.}$$

$$I = \frac{\pi . (D^4 - d^4)}{64} \qquad 9437{,}8 = \frac{3{,}14 . (25^4 - d^4)}{64} \qquad d^4 = \frac{3{,}14 . 25^4 - 9437{,}8 . 64}{3{,}14}$$

$d^4 = 198262{,}2$ $\quad \mathbf{d = 11{,}87\ cm}$ $\quad \mathbf{d = 12\ cm}$ bulunur.

b) Omega metoduna göre işlem yapabilmek için önce borunun narinlik derecesinin bilinmesi gerekir. Narinlik derecesi bulunurken ilk yapılacak işlem borunun alanını bulmaktır.

$$A = \frac{\pi . (D^2 - d^2)}{4} \qquad A = \frac{3{,}14 . (25^2 - 12^2)}{4} \qquad A = \frac{1510{,}34}{4} \qquad \mathbf{A = 377{,}6\ cm^2} \text{ bulunur.}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{A . L_k^2}{I}} \qquad \lambda = \sqrt{\frac{377{,}6 . 400^2}{9437{,}8}} \qquad \boldsymbol{\lambda = 80} \text{ olarak bulunur.}$$

Omega tablosundan narinlik derecesi **80** ve dökme demir malzeme seçilir. Tabloya göre belirlenen verilere bakıldığında omega değerinin **3,50** olduğu görülür. Değerler, omega formülünde yerine yazılır ve borunun kaç kg'lık yüke dayanabileceği bulunur.

$$\frac{F_k}{A} . \omega \leq \sigma_{em} \qquad \frac{F_k}{377{,}6} . 3{,}5 \leq 1000 \qquad \mathbf{F_k = 107885{,}7\ kg} \text{ bulunur.}$$

87. SIRA SİZDE

Orta sert çelikten üretilmiş ve bir kenarı 4 cm olan kare kesitli çubuğun boyu 80 cm'dir. Çubuğun emniyet katsayısı 5 olduğuna göre emniyetli burkulma gerilimini Tetmajer metoduna göre bulunuz.

88. SIRA SİZDE

2 m boyunda daire kesitli çelik çubuğun çapı 3 cm'dir. Çubuk her iki ucu serbest olacak şekilde tasarlanmıştır. Elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^2 ve emniyet katsayısı 4 olan çubuğun taşıyabileceği emniyetli burkulma kuvvetini bulunuz.

89. SIRA SİZDE

Bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan kare kesitli çubuğun kenar uzunluğu 5 cm'dir. Çelikten yapılmış çubuğu burkulmaya zorlayan kuvvet 10000 kg ve elastikiyet modülü 2.10^6 kg/cm^{2}dir. Çubuğun burkulmaması için Euler metoduna göre çubuk boyunu bulunuz.

90. SIRA SİZDE

İki ucu ankastre özelliğe sahip 10x15 cm kesit ölçülerindeki dikdörtgen çelik çubuğun boyu 10 m, elastikiyet modülü ise 2.10^6 kg/cm^{2}dir. Çelik çubuğun burkulma kuvvetini bulunuz.

91. SIRA SİZDE

Dökme demirden boru şeklinde üretilmiş kolonun dış çapı 30 cm ve boyu 5 m'dir. Çubuğun elastikiyet modülü $1{,}1.10^6$ kg/cm^2 ve emniyet katsayısı 6'dır. Her iki ucu da serbest kolonun burkulma olmadan 90000 kg taşıyabilmesi için

a) Kolonun iç çapını Euler metoduna göre bulunuz.

b) Omega metoduna göre 1200 kg/cm^2 emniyetle taşıyabileceği yükü bulunuz.

92. SIRA SİZDE

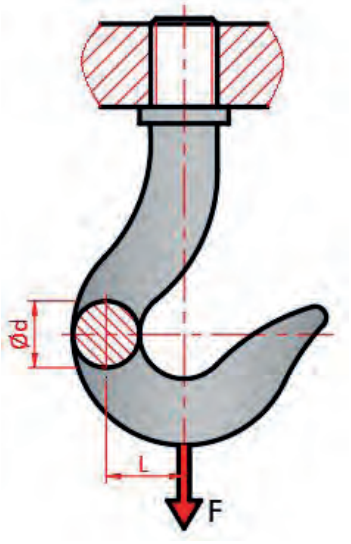
Elastikiyet modülü 1.10^5 kg/cm^2 olan ahşap kolonun bir ucu ankastre diğer ucu serbesttir. Daire kesitli ahşap kolonun boyu 4 m, çapı 30 cm ise kritik yükünü ve kritik gerilimini bulunuz.

93. SIRA SİZDE

Uzun kenarı 30 cm, yüksekliği 18 cm olan çubuğun emniyet katsayısı 10 ve elastikiyet modülü 120000 kg/cm^{2}dir. 4 m boyundaki çubuğun bir ucu ankastre diğer ucu serbest ise Euler metoduna göre kritik yükünü bulunuz.

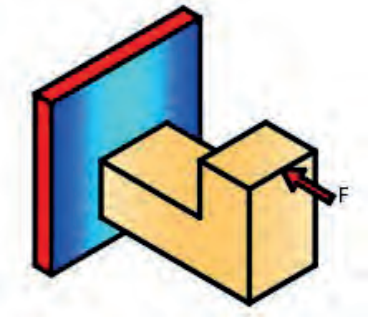
2.8. BİRLEŞİK DAYANIM

Elastik cisimlerin üzerini etkileyen kuvvetlerin basit dayanım şekillerinden bir veya birkaçı cismin üzerinde meydana gelebilir. Basit dayanım çeşitleri özel durumdaki cisimlerde görülür. Cisimler genellikle çeşitli dayanımların etkisi altındadır. Bunun sonucunda da aynı cisim üzerinde birden fazla basit dayanım çeşidi meydana gelir. Bu tip dayanım şekillerine **birleşik dayanım** denir. Görsel 2.125'te hem eğilme dayanımının hem de çekilme dayanımının etkisi altında kalan kanca birleşik dayanıma örnektir.

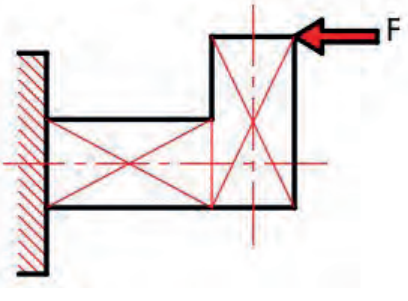


Görsel 2.125: Kanca

Birleşik dayanımda, bileşke gerilim ve şekil değiştirme hesabı üst üste bindirme yöntemine göre yapılır. Bu yönteme **süper pozisyon** denir (Görsel 2.126). Çubukların üzerini etkileyen kuvvetlerin etkisi basit dayanım şekillerine indirgenir (Görsel 1.127). Bulunan bu sonuçlar süper pozisyon edilir. Bu şartların sağlanabilmesi için cisimlerde **Hook Kanunu**'na göre küçük şekil değişikliklerinin olması gerekir. Birleşik dayanım hesaplanırken ve cisimleri etkileyen kuvvetler basit dayanım şekillerine indirgenirken her dayanım şeklini meydana getiren etkinin bağımsız olduğu ve bir dayanım şeklinde meydana gelen şekil değişiminin diğer dayanım şekline etkisinin olmadığı kabul edilir.



Görsel 2.126: Süper pozisyonlu cisim

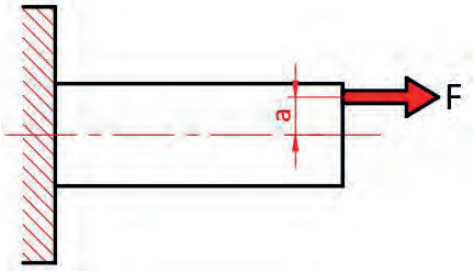


Görsel 2.127: Basit şekillere ayırma

Basit dayanım şekillerine göre birleşik dayanım çekilme, basılma, burulma ve eğilmeden en az ikisinin olduğu cisimlerde meydana gelir.

2.8.1. Çekilme, Basılma ve Eğilme Birleşik Dayanımı

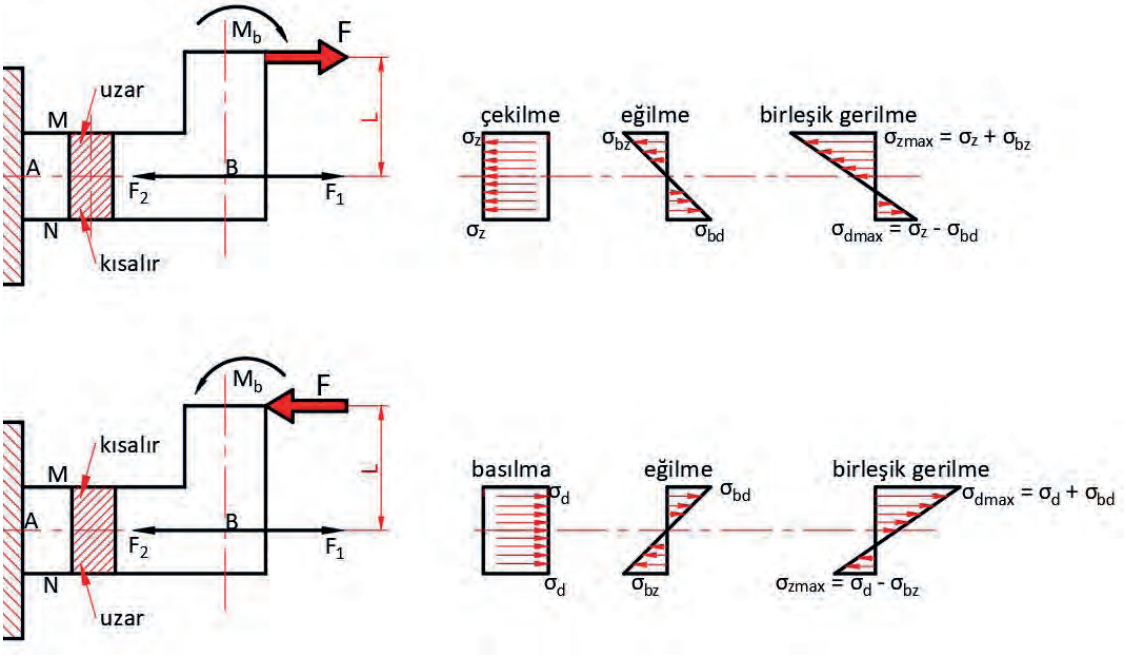
Görsel 1.128'de bir ucundan ankastre edilmiş çubuk, tarafsız ekseninden **a** kadar mesafede **F** kuvvetinin etkisi altındadır. Çubuğu etkileyen bu kuvvete **eksantrik** denir. Bu kuvvet, çubuğu kuvvet çifti şeklinde etkiler.



Görsel 2.128: Eksantrik çubuk

Kuvvet çifti durumunda çubuk, dış kuvvetin etki yönüne göre çekilme ya da basılma ile birlikte eğilmeye zorlanır. Birleşik dayanım şeklindeki bu durum, basit dayanım şekillerine indirgenerek çözülür. Çubuk yalnızca çekilme ya da basılmaya zorlanıyor gibi düşünülür. Hem çekilmede hem de basılmada normal gerilmeler oluşur.

Görsel 2.129'daki çubukta **F** kuvveti, **AB** ekseninden **L** kadar mesafededir. Eksen doğrultusunda, **B** noktasında büyüklüğü **F** olan denge hâlinde F_1 ve F_2 kuvveti uygulanarak kuvvet çifti elde edilir.



Görsel 2.129: Birleşik dayanım

F kuvveti, çubuğu **AB** eksenine göre döndürmeye çalışacaktır. Döndürme momenti $\mathbf{M_d = F \cdot L}$ şeklinde meydana gelir. Bu durumda $\mathbf{F_1}$ kuvveti çubuğu çeker. $\mathbf{F_1}$ kuvvetinin **M - N** kesitinde meydana getirdiği gerilim şu şekilde bulunur:

$$\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{F}{A}$$

Bu formüldeki ifadeler şu şekildedir:

σ = Normal gerilim (kg/cm^2)

F = Dış kuvvet (kg)

A = Kesit alanı (cm^2)

Çubuk eksenine paralel ve **L** kadar mesafedeki **F** kuvveti, eğilme momenti meydana getirir. Eğilme momenti $\mathbf{M_b = F \cdot L}$ formülü ile bulunur. Eğilme yönüne göre çubuğun bir tarafında uzama, diğer tarafında ise kısalma meydana gelir. Eğilmeden dolayı oluşan ve uzamaya neden olan çekilme gerilimi **(+)**, kısalmaya neden olan basılma gerilimi ise **(-)** alınır. Bu durumda çubuğa normal kuvvet ile eğilmenin birlikte etki etmesi ile oluşan toplam gerilim şu şekilde bulunur:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{ve} \quad \sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \quad \text{toplanır.} \qquad \sigma_{toplam} = \frac{F}{A} + \frac{M_b}{W_b}$$

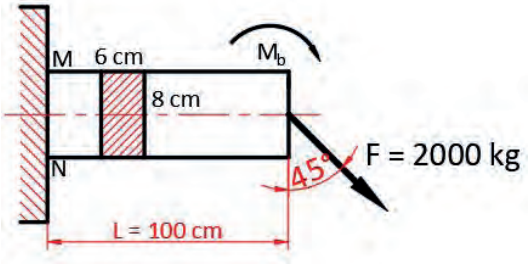
M noktasında oluşan normal gerilim şu şekildedir: $\sigma_{zmax} = \frac{F}{A} + \frac{M_b}{W_b}$ maksimum çekilme

N noktasında oluşan normal gerilim şu şekildedir: $\sigma_{dmax} = \frac{F}{A} - \frac{M_b}{W_b}$ maksimum basılma

Kesit ölçüleri belirlenirken öncelikle σ_{max} değeri bulunur. Bulunan sonuç $\sigma_{max} \leq \sigma_{em}$ şartı sağlandıktan sonra işleme başlanır. Formüllerin hesaplamasında kullanılan **(+)** ve **(-)** işaretleri **F** kuvvetinin yönüne ve $\mathbf{M_b}$ momentinin işaretine bağlıdır.

ÖRNEK

Görsel 2.130'da bir ucu ankastre bağlanmış, 100 cm uzunluğunda ve 6x8 cm kesit ölçülerinde dikdörtgen çubuk görülüyor. Bu çubuk 45°lik açı ve 2000 kg kuvvet ile çekilmektedir. Dikdörtgen kesitli çubuğun kesitinde oluşan en büyük gerilimleri bulunuz.



Görsel 2.130: Bir ucu ankastre çubuk

Verilenler	**İstenenler**
L = 100 cm	σ_{zmax} = ?
A = 6 . 8 = 48 cm^2	σ_{dmax} = ?
F = 2000 kg	
$Sin45^0 = Cos45^0 = 0{,}707$	

ÇÖZÜM

Çözüme, F kuvvetinin x ve y bileşkelerinin bulunması ile başlanır.

$F_x = F \cdot Cos45^o$ $\quad Fx = 2000 \cdot 0{,}707$ $\quad$ **F_x = 1414 kg**

$F_y = F \cdot Sin45^o$ $\quad F_y = 2000 \cdot 0{,}707$ $\quad$ **F_y = 1414 kg**

Kuvvet bileşkeleri bulunduktan sonra çubuğun dönme yönüne göre momenti alınır. Kesit ölçülerine göre dayanım momenti bulunur. Kuvvetin x bileşkesi moment oluşturmayacağı için bulunamaz. Sadece y bileşkesine göre moment alınır.

$M_b = F_y \cdot L$ $\quad M_b = 1414 \cdot 100$ $\quad$ **M_b = 141400 kg**

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} \qquad W_b = \frac{6 \cdot 8^2}{6} \qquad \mathbf{W_b = 64\ cm^3}$$

Çubuktaki en tehlikeli kesit M - N kesitidir. Çubuktaki en büyük gerilimler en dıştaki liflerde görülür. M noktasında en büyük çekilme ve N noktasında en büyük basılma gerilimi görülür.

Bulunan sonuçlar maksimum çekilme ve basılma gerilimi formüllerinde yerlerine yazılarak M ve N noktalarındaki gerilimler bulunur.

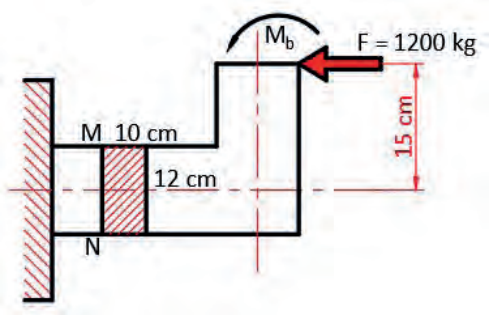
$$\sigma_{zmax} = \frac{F}{A} + \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{zmax} = \frac{F_x}{A} + \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{zmax} = \frac{1414}{48} + \frac{141400}{64}$$

$$\sigma_{zmax} = 29{,}46 + 22{,}09{,}38 \qquad \mathbf{\sigma_{zmax} = 2238{,}84\ kg/cm^2}$$

$$\sigma_{dmax} = \frac{F}{A} - \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{dmax} = \frac{F_y}{A} - \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{zmax} = \frac{1414}{48} - \frac{141400}{64}$$

$$\sigma_{dmax} = 29{,}46 - 22{,}09{,}38 \qquad \mathbf{\sigma_{dmax} = 2179{,}92\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK



Görsel 2.131: Ankastre L çubuk

Görsel 2.131'de görülen bir ucu serbest diğer ucu dikdörtgen kesitli ankastre L çubuğu, 1200 kg'lık yük basılma yönünde etkilemektedir. Çubuğun en tehlikeli kesiti olan M - N'de meydana gelen maksimum gerilimleri bulunuz.

Verilenler	İstenenler
L = 15 cm	σ_{zmax} = ?
A = 10 . 12 = 120 cm^2	σ_{dmax} = ?
F = 1200 kg	

ÇÖZÜM

Çubuğun dönme yönüne göre momenti alınır. Kesit ölçülerine göre dayanım momenti bulunur.

$M_b = F \cdot L$ $\quad$ Mb = 1200 . 15 $\quad$ **M_b = 18000 kg**

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} \qquad W_b = \frac{10 \cdot 12^2}{6} \qquad \mathbf{W_b = 240\ cm^3}$$

F kuvvetinin döndürme yönü (-) olduğuna göre maksimum gerilim formülü döndürme yönüne göre yapılır.

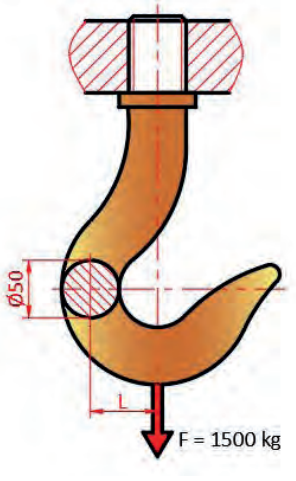
$$\sigma_{zmax} = -\frac{F}{A} + \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{zmax} = -\frac{1200}{120} + \frac{18000}{240} \qquad \sigma_{zmax} = -10 + 75$$

$$\mathbf{\sigma_{zmax} = +65\ kg/cm^2}$$

$$\sigma_{dmax} = -\frac{F}{A} - \frac{M_b}{W_b} \qquad \sigma_{dmax} = -\frac{1200}{120} - \frac{18000}{240} \qquad \sigma_{dmax} = -10 - 75$$

$$\mathbf{\sigma_{dmax} = -85\ kg/cm^2}$$

ÖRNEK



Görsel 2.132: Kanca

Görsel 2.132'de görülen daire kesitli kancanın çapı 50 mm'dir. Kanca 1500 kg yük ile çekilmektedir. Kancanın emniyetli gerilimi 1200 kg/cm² olduğuna göre döndürme mesafesini bulunuz.

Verilenler	**İstenen**
d = 50 mm = 5 cm	L = ?
F = 1500 kg	
σ_{em} = 1200 kg/cm²	

ÇÖZÜM

$\sigma_{zmax} \leq \sigma_{em}$ kuralına göre $\sigma_{zmax} \leq \sigma_{em} = 1200$ kg/cm² olur.

Kancanın kesit alanı ve dayanım momenti bulunur ve maksimum gerilim formülünde bulunan değerler yerlerine yazılarak sonuç bulunur.

$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $\quad A = \frac{3{,}14 \cdot 5^2}{4}$ $\quad \mathbf{A = 19{,}63\ cm^2}$ bulunur.

$W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ $\quad W_b = \frac{3{,}14 \cdot 5^3}{32}$ $\quad \mathbf{W_b = 12{,}27\ cm^3}$ bulunur.

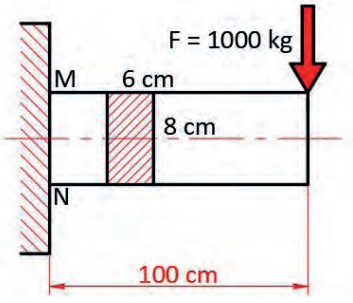
$\sigma_{zmax} = \frac{F}{A} + \frac{M_b}{W_b}$ $\quad 1200 = \frac{1500}{19{,}63} + \frac{M_b}{12{,}27}$ $\quad 1200 = 76{,}41 + \frac{M_b}{12{,}27}$

$\mathbf{M_b = 13786{,}45\ kgcm}$ bulunur.

Mb = F . L $\quad$ 13786,45 = 1500 . L $\quad$ **L = 9,18 cm** bulunur.

94. SIRA SİZDE

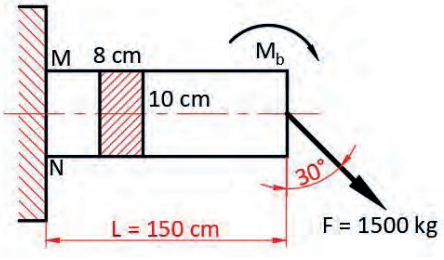
Görsel 2.133'te verilen 100 cm uzunluğunda ve 6x8 kesit ölçülerindeki çubuğu 1000 kg yük etkilemektedir. Çubuktaki maksimum gerilimleri bulunuz.



Görsel 1.133: Dikdörtgen çubuk

95. SIRA SİZDE

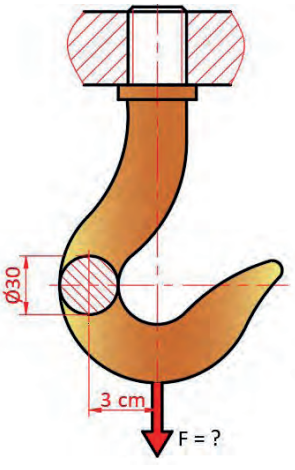
Görsel 2.134'te bir ucu ankastre bağlanmış, 150 cm uzunluğunda ve 8x10 cm kesit ölçülerinde dikdörtgen çubuk görülüyor. Bu çubuk 30°lik açı ve 1500 kg kuvvet ile çekilmektedir. Dikdörtgen kesitli çubuğun kesitinde oluşan en büyük gerilimleri bulunuz.



Görsel 2.134: Ankastre çubuk

96. SIRA SİZDE

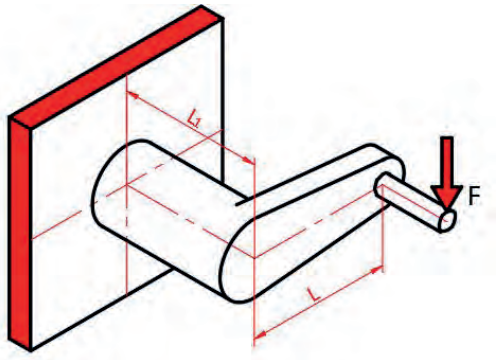
Görsel 2.135'te görülen daire kesitli kancanın çapı 30 mm'dir. Kanca F kg yük ile çekilmektedir. Kancanın döndürme mesafesi 3 cm ve emniyetli gerilimi 1000 kg/cm^2 olduğuna göre taşıyabileceği yükü bulunuz.



Görsel 2.135: Kanca

2.8.2. Eğilme ve Burulma Birleşik Dayanımı

Makinelerde kullanılan birçok makine elemanı hem burulma hem de eğilme momentinin etkisi altındadır. Krank milleri, muylular, miller bu dayanıma örnektir. Eğilme momenti ile burulma momentinin birlikte bulunmasına **burulmalı eğilme** denir. Görsel 2.136'da bir sisteme ait çevirme kolu görülmektedir. Bu sistemdeki mil, serbest ucundan eksantrik bir kuvvet ile sistemi döndürmeye çalışır.



Görsel 1.136: Çevirme kolu

Bu sistemde hem burulma hem de eğilme momenti birlikte oluşur. Mil ekseninden **L** mesafedeki **F** kuvveti ile moment alınırsa burulma momenti $M_d = F \cdot L$ olur. Normal gerilim ise şu şekilde olur:

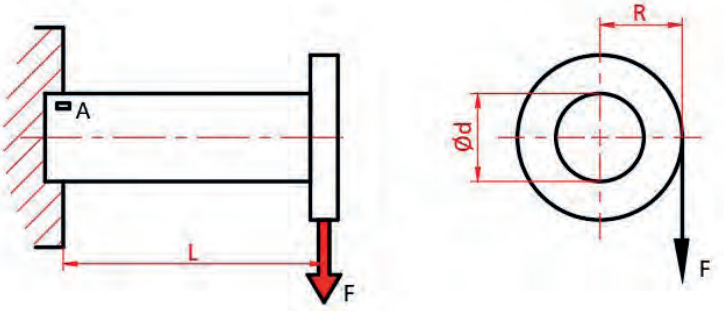
$$\sigma_{bmax.} = \frac{M_b}{W_b}$$

Kayma gerilimi milin dış yüzeyinde ortaya çıkar ve şu şekilde bulunur:

$$\tau_{max} = \frac{M_d}{W_p}$$

Eğilme sonucu ortaya çıkan maksimum normal gerilim, eğilme momentinin maksimum olduğu tarafsız eksenden en uzak liflerde meydana gelir. Kesme kuvvetinin meydana getirdiği kayma geriliminin maksimum değeri, eğilme geriliminin **0** olduğu tarafsız eksende olduğu için ihmal edilir.

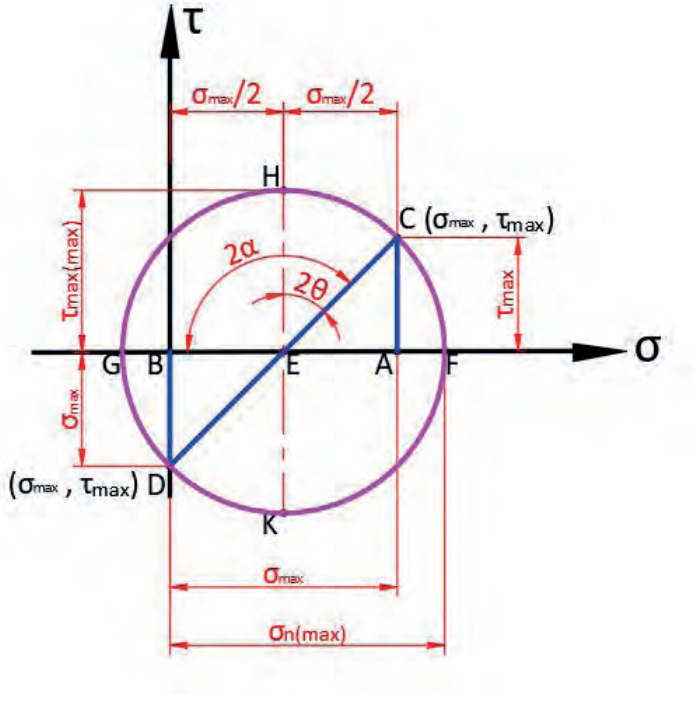
Görsel 2.137'deki ankastre dayanakta en tehlikeli kesit, en üstte ve en altta meydana gelir. Bu kesitin en dış kısmındaki **A** noktasında bulunan yüzey elemanına ait Mohr dairesi çizmek problem çözümünde gerekli formüllere ulaşmada kolaylık sağlar.



Görsel 2.137: Ankastre dayanak

2.8.2.1. Mohr Dairesinin Çizilmesi

Mohr dairesi, eğik yüzeylerdeki normal gerilme ve kayma gerilmelerini veren formüllerin grafik yöntemi ile gösterilmesidir. Alman mühendis **Christian Otto Mohr** (Kristiyan Otto Mohr) tarafından bulunduğu için kendi adı ile anılmaktadır. Mohr dairesini çizmek için σ_{max} ve τ_{max} değerleri dikkate alınır. **X** ekseni üzerinde σ_{max} değeri işaretlenir. Elde edilen **A** ve **B** noktalarından **y** ekseni doğrultusunda **+** τ_{max} ve **-** τ_{max} noktaları işaretlenerek **C** ve **D** noktaları bulunur. Bulunan **C** ve **D** noktaları birleştirilerek Mohr dairesinin merkezi olan **E** noktası bulunur. Pergel **EC** veya **ED** yarıçap kadar açılarak daire çizilir ve Mohr dairesi tamamlanmış olur (Görsel 2.138).



Görsel 2.138: Mohr dairesi

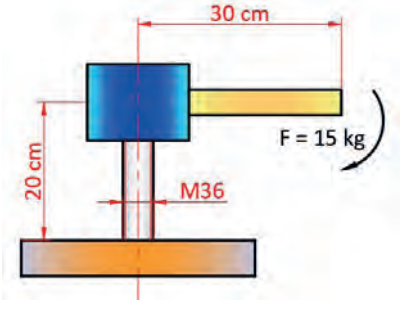
Dayanım esasına göre en büyük gerilimler dikkate alınır. Mohr dairesi incelendiğinde **BF** gerilimin **BA** geriliminden, **EH** geriliminin ise **AC** geriliminden büyük olduğu görülür. Bu verilere göre milin boyutlandırılması büyük gerilimler işleme alınarak yapılır. Dik üçgen bağıntısını kullanarak Mohr dairesinin üzerindeki büyük gerilimler bulunur. Boyutlandırmada kullanılacak formüller şu şekildedir:

$$\sigma_{nmax} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot (M_b + \sqrt{M_b^2 + M_d^2})$$

$$\tau_{max(max)} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{M_b^2 + M_d^2}$$

Bu formüllerin sonuçları $\sigma_{nmax} \leq \sigma_{em}$ ve $\tau_{(max(max))} \leq \tau_{em}$ kuralını sağlamalıdır.

ÖRNEK



Görsel 2.139: El presi

Görsel 2.139'da ölçüleri verilen el presi 15 kg kuvvetle sıkıştırma yapıyor. M36 vidalı milin diş dibi kesitinde meydana gelen gerilimleri bulunuz. (Diş dibi hesabı yaklaşık $d_1 = d \cdot 0{,}83$ tür.)

Verilenler	**İstenenler**
F = 15 kg	$\sigma_{nmax} = ?$
$L_1 = 20$ cm	$\tau_{max(max)} = ?$
$L_2 = 30$ cm	
$d_1 = 36 \cdot 0{,}83 = 30$ mm = 3 cm	

ÇÖZÜM

Çözüme, momentler bulunarak başlanır ve momentleri bulmak sorunun çözümünde kolaylık sağlar.

$M_b = F \cdot L_1$ $\quad M_b = 15 \cdot 20$ $\quad \mathbf{M_b = 300\ kgcm}$

$M_d = F \cdot L_2$ $\quad M_d = 15 \cdot 30$ $\quad \mathbf{M_d = 450\ kgcm}$

Bulunan momentler gerilim formüllerinde yerlerine yazılarak sonuç bulunur.

$$\sigma_{nmax} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \left(M_b + \sqrt{M_b^2 + M_d^2}\right) \qquad \sigma_{nmax} = \frac{16}{3{,}14 \cdot 3^3} \cdot (300 + \sqrt{300^2 + 450^2})$$

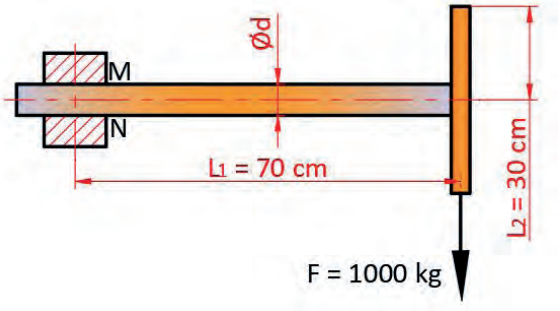
$$\sigma_{nmax} = 0{,}18 \cdot (300 + 540{,}83) \qquad \sigma_{nmax} = 0{,}18 \cdot 840{,}83$$

$\mathbf{\sigma_{nmax} = 151{,}35\ kg/cm^2}$ bulunur.

$$\tau_{max(max)} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{M_b^2 + M_d^2} \qquad \tau_{max(max)} = \frac{16}{3{,}14 \cdot 3^3} \cdot \sqrt{300^2 + 450^2}$$

$\tau_{max(max)} = 0{,}18 \cdot 540{,}83$ $\quad \mathbf{\tau_{max(max)} = 97{,}35\ kg/cm^2}$ bulunur.

ÖRNEK



Görsel 2.140: Yataklama sistemi

Görsel 2.140'ta verilen yataklama sisteminde M - N noktaları en kritik noktalardır. Bu sistemin güvenli çekilme gerilimi σ_{em} = 800 kg/cm² ve güvenli kesilme gerilimi τ_{em} = 500 kg/cm² olduğuna göre mil çapını çekilme ve kesilmeye göre bulunuz.

Verilenler	**İstenen**
F = 1000 kg	d = ?
L_1 = 70 cm	
L_2 = 30 cm	
σ_{em} = 800 kg/cm²	
τ_{em} = 500 kg/cm²	

ÇÖZÜM

Çözüme, momentler bulunarak başlanır ve momentleri bulmak sorunun çözümünde kolaylık sağlar.

$M_b = F \cdot L_1$ $\quad M_b = 1000 \cdot 70$ $\quad$ **M_b = 70000 kgcm**

$M_d = F \cdot L_2$ $\quad M_d = 1000 \cdot 30$ $\quad$ **M_d = 30000 kgcm**

Bulunan momentler gerilim formüllerinde yerlerine yazılarak sonuç bulunur ve ayrıca $\sigma_{nmax} \le \sigma_{em}$ ve $\tau_{(max(max))} \le \tau_{em}$ kuralı sağlanmalıdır.

$$\sigma_{nmax} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \left(M_b + \sqrt{M_b^2 + M_d^2} \right)$$

$$800 = \frac{16}{3{,}14 \cdot d^3} \cdot \left(70000 + \sqrt{70000^2 + 30000^2} \right) \qquad 800 = \frac{70000 + 76157{,}73}{5 \cdot d^3}$$

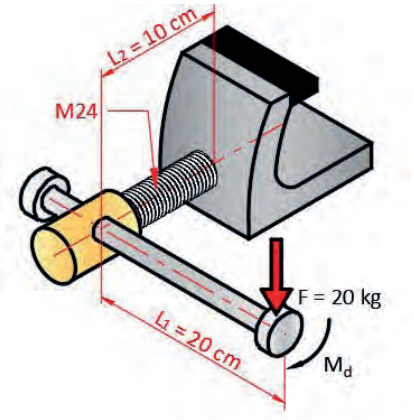
$$d^3 = \frac{70000 + 76157{,}73}{5 \cdot 800} \qquad d^3 = \frac{146157{,}73}{4000} \qquad d^3 = 36{,}54 \qquad \mathbf{d = 3{,}32\ cm}\ \text{bulunur.}$$

$$\tau_{max(max)} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \sqrt{M_b^2 + M_d^2} \qquad 500 = \frac{16}{3{,}14 \cdot d^3} \cdot \sqrt{70000^2 + 30000^2}$$

$$d^3 = \frac{76157{,}73}{5 \cdot 500} \qquad d^3 = \frac{76157{,}73}{2500} \qquad d^3 = 30{,}46 \qquad \mathbf{d = 3{,}12\ cm}\ \text{bulunur.}$$

97. SIRA SİZDE

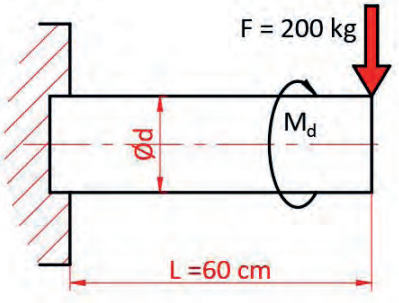
Görsel 2.141'de görülen mengene 20 kg'lık bir kuvvetle sıkıştırılıyor. Mengene kolu 20 cm ve vidalı milin mengeneye olan mesafesi 10 cm olduğuna göre M24 vidalı milde meydana gelen gerilimleri bulunuz.



Görsel 2.141: Mengene

98. SIRA SİZDE

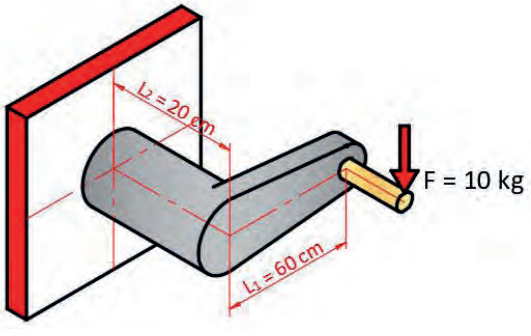
Görsel 2.143'teki bir ucu ankastre çubuk, eğilme ve burulmanın etkisindedir. Bu çubuğun emniyetli gerilimi 800 kg/cm^2 ve döndürme momenti 24000 kgcm olduğuna göre çubuğun çapını bulunuz.



Görsel 2.142: Ankastre çubuk

99. SIRA SİZDE

Görsel 2.142'deki çevirme koluna 10 kg'lık kuvvet uygulanıyor. Emniyetli gerilimi 1000 kg/cm^2 ise görselde verilen ölçülere göre çevrilen milin çapını bulunuz.



Görsel 2.143: Çevirme kolu

KAYNAKÇA

- ARSLAN, Mehmet. (1998). Cisimlerin Dayanımı. Arslan Basım Yayın Dağıtım. İSTANBUL
- AutoCAD 2021 Bilgisayar Destekli Tasarım Yazılımı (2021). ABD: Autodesk
- BAYVAS, Şevki. (1978) Genel Mekanik. Türk Tarih Kurumu Basımı.
- CURUN, Nurettin. (1983). Cisimlerin Dayanımı Çözümlü Problemler. Özgün Matbaacılık. ANKARA
- DURKAL, Dursun. (1990). Cisimlerin Dayanımı Temel Ders Kitabı. MEB. İSTANBUL
- KÜÇÜK, Mehmet. (1992). Makine Bilgisi. MEB. ANKARA
- Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğü. Makine ve Tasarım Teknolojileri Alanı. 2020 Çerçeve Öğretim Programı
- Microsoft Office 2010 Word Kelime İşlem Yazılımı. (2010). ABD: Microsoft Corp.
- ÖZKARA, Hamdi (2000) Mekanik. (Basımevi yazmıyor.). ANKARA
- R.C. HIBBELER, MECHANICS of METARIALS EIGHTH EDITION
- Solidworks 2016 Üç Boyutlu Tasarım Yazılımı
- TUNCEL, Akif. BAYVAS, Şevki. (1969). Cisimlerin Dayanımı. MEB. ANKARA
- Türkçe Sözlük (2012). (haz.: Akalın, Ş. H. vb.). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Yazım Kılavuzu (2012). (haz.: Akalın, Ş. H. vb.). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

GENEL AĞ KAYNAKÇASI

- www.youtube.com/burdaherşey Çekme Dayanımı ve Malzemede Uzama Miktarı (Erişim tarihi ve saati: 20.03.2021, 14:36)
- http://www.ibrahimcayiroglu.com/Dokumanlar/StatikMukavemet/StatikMukavemet-8.Hafta.pdf (Erişim tarihi ve saati: 07.03.2021, 16:39)
- https://web.itu.edu.tr/temizv/Sunular/Mukavemet.pdf (Erişim tarihi ve saati: 07.03.2021, 16:34)
- https://mm.ksu.edu.tr/depo/belgeler/ks%C3%BC%20%C3%A7ekme%20(1)_1702221612397020.pdf (Erişim tarihi ve saati: 08.03.2021, 12:22)
- http://w3.balikesir.edu.tr/~ay/lectures/mmg/lecture2.pdf (Erişim tarihi ve saati: 07.07.2021, 09:13)

GÖRSEL KAYNAKÇASI

TRİGONEMETRİK CETVEL

TRİGONOMETRİK CETVEL									
Açı		Sinüs	Cosinüs	Tanjant	Açı		Sinüs	Cosinüs	Tanjant
Derece	Radyan				Derece	Radyan			
0°	0,000	0,000	1,000	0,000					
1°	0,017	0,018	1,000	0,018	46°	0,803	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,035	0,999	0,035	47°	0,820	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,052	0,999	0,052	48°	0,838	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,070	0,998	0,070	49°	0,855	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,087	0,996	0,088	50°	0,873	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,105	0,995	0,105	51°	0,890	0,777	0,629	1,1235
7°	0,122	0,122	0,993	0,123	52°	0,908	0,788	0,616	1,280
8°	0,140	0,139	0,990	0,141	53°	0,925	0,799	0,602	1,327
9°	0,157	0,156	0,988	0,158	54°	0,942	0,809	0,588	1,376
10°	0,175	0,174	0,985	0,176	55°	0,960	0,819	0,574	1,428
11°	0,192	0,191	0,982	0,194	56°	0,977	0,829	0,559	1,483
12°	0,209	0,208	0,978	0,213	57°	0,995	0,839	0,545	1,540
13°	0,227	0,225	0,974	0,231	58°	1,012	0,848	0,530	1,600
14°	0,244	0,242	0,970	0,249	59°	1,030	0,857	0,515	1,664
15°	0,262	0,259	0,966	0,268	60°	1,047	0,866	0,500	1,732
16°	0,279	0,276	0,961	0,287	61°	1,065	0,875	0,485	1,804
17°	0,297	0,292	0,956	0,306	62°	1,082	0,883	0,470	1,881
18°	0,314	0,309	0,951	0,325	63°	1,100	0,891	0,454	1,963
19°	0,332	0,326	0,946	0,344	64°	1,117	0,899	0,438	2,050
20°	0,349	0,342	0,940	0,364	65°	1,134	0,906	0,423	2,145
21°	0,367	0,358	0,934	0,384	66°	1,152	0,914	0,407	2,246
22°	0,384	0,375	0,927	0,404	67°	1,169	0,921	0,391	2,356
23°	0,401	0,391	0,921	0,425	68°	1,187	0,927	0,375	2,475
24°	0,419	0,407	0,914	0,445	69°	1,204	0,934	0,358	2,605
25°	0,436	0,423	0,906	0,466	70°	1,222	0,940	0,342	2,747
26°	0,454	0,438	0,899	0,488	71°	1,239	0,946	0,326	2,904
27°	0,471	0,454	0,891	0,510	72°	1,257	0,951	0,309	3,078
28°	0,489	0,470	0,883	0,532	73°	1,274	0,956	0,292	3,271
29°	0,506	0,485	0,875	0,554	74°	1,292	0,961	0,276	3,487
30°	0,524	0,500	0,866	0,577	75°	1,309	0,966	0,259	3,732
31°	0,541	0,515	0,857	0,601	76°	1,326	0,970	0,242	4,011
32°	0,559	0,530	0,848	0,625	77°	1,344	0,974	0,225	4,331
33°	0,576	0,545	0,839	0,649	78°	1,361	0,978	0,208	4,705
34°	0,593	0,559	0,829	0,675	79°	1,379	0,982	0,191	5,145
35°	0,611	0,574	0,819	0,700	80°	1,396	0,985	0,174	5,671
36°	0,628	0,588	0,809	0,727	81°	1,414	0,988	0,156	6,314
37°	0,646	0,602	0,799	0,754	82°	1,431	0,990	0,139	7,115
38°	0,663	0,616	0,788	0,781	83°	1,449	0,993	0,122	8,144
39°	0,681	0,629	0,777	0,810	84°	1,466	0,995	0,105	9,514
40°	0,698	0,643	0,766	0,839	85°	1,484	0,996	0,087	11,43
41°	0,716	0,658	0,755	0,869	86°	1,501	0,998	0,070	14,30
42°	0,733	0,669	0,743	0,900	87°	1,518	0,990	0,052	19,08
43°	0,751	0,682	0,731	0,933	88°	1,536	0,999	0,035	28,64
44°	0,768	0,695	0,719	0,966	89°	1,553	1,000	0,018	57,29
45°	0,785	0,707	0,707	1,000	90°	1,571	1,000	0,000	∞

CEVAP ANAHTARI

1. ÖĞRENME BİRİMİ

1. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
1. SIRA SİZDE	Ahmet
2. SIRA SİZDE	180 N
3. SIRA SİZDE	213 N
4. SIRA SİZDE	-13 N

2. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
5. SIRA SİZDE	54,08 kg
6. SIRA SİZDE	64,19 kg
7. SIRA SİZDE	100,54 kg
8. SIRA SİZDE	34,04 kg
9. SIRA SİZDE	Şekil üzerine yapılacaktır.
10. SIRA SİZDE	62,5 kg
11. SIRA SİZDE	425,104 N

3. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
12. SIRA SİZDE	R = 36,66 kg, + X yönünde, tanα = 49°
13. SIRA SİZDE	R = 21,73 kg, + X yönünde, tanα = 59°
14. SIRA SİZDE	G = 25,105 kg, F = 327,32 kg
15. SIRA SİZDE	T_1 = 58,27 kg, T_2 = 47,58 kg
16. SIRA SİZDE	T_1 = 138,56 kg, T_2 = 160 kg
17. SIRA SİZDE	F_1 = 251,236 kg, F_2 = 167,288 kg
18. SIRA SİZDE	F_1 = 14,78 N, F_2 = 9,33 N
19. SIRA SİZDE	α = 22,92°, R = 639,78 N

4. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
20. SIRA SİZDE	F_1 = 40 N
21. SIRA SİZDE	L = 1,33 m
22. SIRA SİZDE	F_3 = 62,31 N
23. SIRA SİZDE	B_Y = 543,54 N, A_Y = 656,451 N
24. SIRA SİZDE	F_1 = 346,6 N
25. SIRA SİZDE	20 N
26. SIRA SİZDE	F = 33,33 N
27. SIRA SİZDE	F = 100 N
28. SIRA SİZDE	F_B = 489,89 N, F_A = 496, 51 N
29. SIRA SİZDE	F_B =658,33 kg, F_A = -678,33 kg
30. SIRA SİZDE	F_B = -45,66 kg = -456,6 N, F_A = 30,55 kg = 305,5 N
31. SIRA SİZDE	T_B = 662,5 kg, T_A = 537,5 kg
32. SIRA SİZDE	F_1 = 6600 N, F_2 = 4400 N
33. SIRA SİZDE	M_A = 48 Nm

5. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
34. SIRA SİZDE	X_0 = 25 mm, Y_0 = 20 mm
35. SIRA SİZDE	X_0 = 28,24 mm, Y_0 = 26,16 mm
36. SIRA SİZDE	X_0 = 31,73 mm, Y_0 = 19,45 mm
37. SIRA SİZDE	X_0 = 18,01 mm, Y_0 = 17,25 mm
38. SIRA SİZDE	X_0 = mm, Y_0 = 17,25 mm
39. SIRA SİZDE	X_0 = 46,76 mm

2. ÖĞRENME BİRİMİ

1. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
1. SIRA SİZDE	$\sigma = 550\ kg/cm^2$
2. SIRA SİZDE	$\Delta t = 25^0$
3. SIRA SİZDE	$t_2 = 40^0$
4. SIRA SİZDE	EKS = 9
5. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 900\ kg/cm^2$
6. SIRA SİZDE	$\sigma_{max} = 1150\ kg/cm^2$

2. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
7. SIRA SİZDE	$\sigma_b = 250\ kg/cm^2$
8. SIRA SİZDE	F = 18000 kg
9. SIRA SİZDE	D = 16 cm e = 3 cm
10. SIRA SİZDE	D = 30 cm
11. SIRA SİZDE	F = 1920 kg
12. SIRA SİZDE	$\sigma = 166,67\ kg/cm^2$
13. SIRA SİZDE	$\sigma = 3,125\ kg/cm^2$

3. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
14. SIRA SİZDE	$\Delta L = 0,0006$ cm
15. SIRA SİZDE	$\Delta L = 0,0375$ cm
16. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 400\ kg/cm^2$
17. SIRA SİZDE	a=0,32 cm A = 0,1 cm^2
18. SIRA SİZDE	F = 10666,67 kg
19. SIRA SİZDE	a) $\sigma_{em} = 10\ kg/cm^2$ b) d = 8 cm c) $\Delta L = 0,00075$ cm

20. SIRA SİZDE	a) $\sigma_ç = 226\ kg/cm^2$ $\sigma_{AL} = 64\ kg/cm^2$ b) $\Delta L_t = 0,0042\ cm$ $\Delta L_ç = 0,0028\ cm$ c) $\Delta L_{AL} = 0,0014\ cm$
21. SIRA SİZDE	$\sigma_ç = 114,6\ kg/cm^2$ $\sigma_B = 62,5\ kg/cm^2$
22. SIRA SİZDE	$\Delta L = 0,00031\ cm$
23. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 8928,57\ kg/cm^2$
24. SIRA SİZDE	$F = 70,34\ kg$
25. SIRA SİZDE	$d = 0,18\ cm$
26. SIRA SİZDE	a) $d = 2\ cm$ b) $\Delta L = 0,09\ cm$
27. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 500\ kg/cm^2$
28. SIRA SİZDE	$F = 100,5\ kg$
29. SIRA SİZDE	$d = 1,45\ cm$
30. SIRA SİZDE	$F = 196,25\ kg$
31. SIRA SİZDE	$F = 432\ kg$
32. SIRA SİZDE	$d_1 = 25,2\ mm$ d = M32
33. SIRA SİZDE	$d = 1,55\ cm$ d = M16
34. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 833,33\ kg/cm^2$
35. SIRA SİZDE	$F = 350\ kg$
36. SIRA SİZDE	$s = 2\ cm$
37. SIRA SİZDE	$D = 2,5\ cm$
38. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 2000\ kg/cm^2$
39. SIRA SİZDE	$F = 90\ kg$

4. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
40. SIRA SİZDE	τ_{em} = 500 kg/cm^2
41. SIRA SİZDE	d = 1,8 cm d = M20
42. SIRA SİZDE	F = 1356,5 kg
43. SIRA SİZDE	τ_{em} = 199 kg/cm^2
44. SIRA SİZDE	F = 2312 kg
45. SIRA SİZDE	σ_{ez} = 833,33 kg/cm^2
46. SIRA SİZDE	a) d = 13 mm b) s = 6 mm c) σ_{ez} = 1282 kg/cm^2 d) e = 20 mm
47. SIRA SİZDE	τ_{em} = 149,2 kg/cm^2
48. SIRA SİZDE	a) Md = 1500 kgcm b) N = 5,24 BG
49. SIRA SİZDE	L = 21,3 mm
50. SIRA SİZDE	L = 36 mm
51. SIRA SİZDE	d = 16 mm
52. SIRA SİZDE	d = 12 mm
53. SIRA SİZDE	d = 10 mm
54. SIRA SİZDE	F =1256 kg
55. SIRA SİZDE	F = 1280 kg

5. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
56. SIRA SİZDE	R_A = 270 kg R_B = 330 kg
57. SIRA SİZDE	R_A = 0,9 ton R_B = 1,1 ton
58. SIRA SİZDE	R_A = 2,8 ton R_B = 6,2 ton
59. SIRA SİZDE	R_A = 12 ton R_B = 8 ton
60. SIRA SİZDE	R_A = 50 kg R_B = 950 kg
61. SIRA SİZDE	R_A = 1800 kg
62. SIRA SİZDE	a) σ_{em} = 48 kg/cm^2 b) F = 200 kg c) I = 2812,5 cm^4

63. SIRA SİZDE	h = 6 cm I = 90 cm^4
64. SIRA SİZDE	a = 5 cm I = 52,08 cm^4
65. SIRA SİZDE	Mb = 4428 kg
66. SIRA SİZDE	a) b = 3 cm b) W = 18 cm^3 c) F = 60 kg
67. SIRA SİZDE	x_o = 3 cm y_o = 4 cm
68. SIRA SİZDE	x_o = 5 cm y_o = 3,5 cm
69. SIRA SİZDE	x_o = 5,6 cm y_o = 4 cm
70. SIRA SİZDE	P_{em} = 300 kg/cm^2
71. SIRA SİZDE	d = 16 mm
72. SIRA SİZDE	σ = 1600 kg/cm^2
73. SIRA SİZDE	L = 6 cm
74. SIRA SİZDE	F = 1342,88 kg
75. SIRA SİZDE	h = 4 cm
76. SIRA SİZDE	σ_b = 1777,77 kg/cm^2 W = 9 cm^3
77. SIRA SİZDE	a) F = 497,36 kg b) Mb = 2984,16 kgcm c) W = 7,5 cm^3 d) σ = 397,88 kg/cm^2

6. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
78. SIRA SİZDE	τ = 423,73 kg/cm^2
79. SIRA SİZDE	d = 3 cm
80. SIRA SİZDE	N = 336,7 BG
81. SIRA SİZDE	N = 308,3 BG
82. SIRA SİZDE	d = 15 cm
83. SIRA SİZDE	d = 11 mm
84. SIRA SİZDE	d_1 = 25,6 mm d_2 = 15 mm

7. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
85. SIRA SİZDE	$\lambda = 201,05$
86. SIRA SİZDE	$\lambda = 173,2$
87. SIRA SİZDE	$\sigma_{kr} = 584\ kg/cm^2$
88. SIRA SİZDE	$F_{kr} = 489,28\ kg$
89. SIRA SİZDE	$L = 160,23\ cm$
90. SIRA SİZDE	$F_{kr} = 221841\ kg$
91. SIRA SİZDE	$d = 27\ cm$ $F_{kr} = 115891\ kg$
92. SIRA SİZDE	$F_{kr} = 61221,1\ kg$ $\sigma_{kr} = 86,7\ kg/cm^2$
93. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 10781,5\ kg/cm^2$

8. KAZANIM SIRA SİZDE CEVAP ANAHTARI	
94. SIRA SİZDE	$\sigma_{zmax} = 1583,33\ kg/cm^2$ $\sigma_{dmax} = -1541,67\ kg/cm^2$
95. SIRA SİZDE	$\sigma_{zmax} = 1359,72\ kg/cm^2$ $\sigma_{dmax} = -1340,96\ kg/cm^2$
96. SIRA SİZDE	$F = 785,4\ kg$
97. SIRA SİZDE	$\sigma_{em} = 414,21\ kg/cm^2$ $\tau_{em} = 286,21\ kg/cm^2$
98. SIRA SİZDE	$d = 1,62\ cm$
99. SIRA SİZDE	$d = 6,24\ cm$

Notlar

Notlar

Notlar